Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Recense

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 4 (1959), No. 4, 526--528

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137732

RECENSE

Topologické prostory

EDUARD ČECH

s dodatky: Josef Novák, *Konstrukce některých význačných topologických prostorů*; Miroslav Katětov, *Plně normální prostory*. (Nakladatelství československé akademie věd, Praha 1959. Stran 526, náklad 2250, cena Kčs 38.)

Kniha podává široce zaměřený výklad obecné topologie.[1]) Jak autor uvádí v předmluvě, vznikla v podstatě za okupace z témat studovaných v brněnském topologickém semináři. Dodatek M. Katětova pak je zaměřen na novější problematiku.

Kniha je rozdělena na dvanáct kapitol (označené §), dva dodatky a drobné doplňky. Kapitoly jsou děleny na články. Tvrzení a cvičení jsou číslována sériově trojitým znakem kapitola-článek-tvrzení; význačné definice a příklady v textu jsou také zvlášť číslovány týmž způsobem. Složitější důkazy jsou členěny římskými číslicemi. Číslování je provedeno výraznou sazbou odlišně pro tvrzení a odlišně pro definice a příklady; jinak je polotučných písmen užito velice střídmě. Toto vše velmi ulehčuje práci při vyhledávání četných odkazů. Všechny poznámky „pod čarou" a řídké citace jsou shrnuty na konci knihy pod číslem příslušné věty; čtenář tedy není rušen podružnými odkazy v textu.

První tři kapitoly se zabývají teorií množin, kardinálními a ordinálními čísly. Výchozí je tzv. naivní přístup[2]) k pojmu množiny. První věta vlastního textu je „Množina je určena svými prvky; dvě množiny A, B, které mají tytéž prvky, jsou ... (si) rovné a píšeme $A = B$"; a jde se dál. Autor se nepokouší přesvědčit čtenáře, že je toto uspokojivá „definice" — avšak nepokouší se ani shrnout axiomatickou teorii množin do několika matoucích a mlhavých vět. Jen na jednom místě je celkem zdařilý úhybový manévr: existence prostého zobrazení mezi dvěma množinami (vztah „míti stejnou mohutnost") je pojímán jako zvláštní případ vztahu ekvivalence, takže musí být předem udán souhrn prvků, jichž se tento vztah týká (a analogicky pak v 3.1 a 3.7).

Charakteristická drobnost je rozlišení v symbolu mezi zobrazením a množinovým zobrazením jím vytvořeným. Zřetelně si vzpomínám na vlastní potíže u tohoto pojmu při prvním studiu.

Text do článku 3.4 s výjimkou 2.3 je jen přepracováním příslušné partie z autorových Bodových množin — jde o základní definice a o množiny uspořádané tak, jako podmnožiny reálné osy. Zbývající části kapitol 2 a 3 obsahují pěkný a svižný výklad kardinálních a ordinálních čísel až k pojmu irregulární mohutnosti. Např., na devíti řádkách je důkaz lemmatu, jehož důsledkem je Cantorova-Bernsteinova věta (z dvou mohutností jedna je větší). Umístění tvrzení 2.2.8 — nekonečná množina obsahuje spočetnou část — před axiom výběru je diskutabilní.

V kapitole 4 je zaveden základní předmět dalších úvah, pojem topologického prostoru: množina, v níž je definován uzávěr uX libovolné podmnožiny X, splňující $uX = X$ pro nejvýše jednobodové podmnožiny, a $u(X \cup Y) = uX \cup uY$ pro libovolné podmnožiny. Užší třídu tvoří tzv. F-prostory, v nichž navíc $u(uX) = uX$; širší třída, tzv. obecné prostory, je předmětem cvičení.[3]) V celém dalším textu jsou studovány nové vlastnosti souběžně pro topologické prostory a pro F-prostory. Topologické prostory (v tomto smyslu) nebyly dosud předmětem tak rozsáhlého a tak úspěšného studia.

Ukazuje se, že i pro tyto obecnější prostory zůstávají správná mnohá známá tvrzení a zachovávají si formu mnohé běžné definice. Tak např. hustá podmnožina je taková, která protne každé okolí; a v F-prostoru lze dokonce žádat jen, aby protla každé otevřené

[1]) V hrubých rysech je možno se informovat o pojmech „obecná topologie", „kombinatorická topologie", „teorie dimense" v článku V. G. Boltjanskij, V. A. Jefremovič, *O topologii I, II, III* (část I a II vyšla v tomto časopise, IV, 1959, č. 3, 4).

[2]) To je stejně nešťastný název jako „imaginární" číslo.

okolí. Vynechání U-axiomu „uzávěr je uzavřená množina“ vůbec není laciné zobecnění typu: vynechme něco a studujme zbytek. Často nejpřirozenější způsob zavedení topologie je předpis pro konvergenci (L-prostory a jejich zobecnění); tak vzniklé prostory nebývají F-prostory. Soustavná teorie zde vybudovaná nás zbavuje rozpaků v těchto situacích a zejména vyjasňuje úlohu U-axiomu.

Uveďme stručně další hlavní pojmy kapitoly: porovnání topologií, homeomorfie, vnitřek (značený ještě X_ι místo běžnějšího Int X nebo X°), derivace, okolí, uzavřené, otevřené, F_σ- a G_δ-množiny, podprostor, isolovaný bod, hustě a řídce rozložené množiny, hranice (značena již Fr X) husté a řídké množiny, 1. kategorie, axiomy spočetnosti; a konečně význačný pojem brněnského semináře, totiž charaktery.

V kapitole 5 je provedena klasifikace prostorů pomocí axiomů oddělování: definovány „Hausdorffovy“ a „regulární“ prostory — ovšem i pro non-F-prostory; prostory normální, dědičně normální a dokonalé normální. T-klasifikace je v Poznámkách.

K základnímu vybavení topologa patří schopnost konstrukce prostorů ilustrujících daný poznatek; stačí si připomenout, jak vypadají některé práce geniálního Pavla Urysona. Proto jsou v knize věnovány kapitola 6, Dodatek I a bod 10 Dodatku II obecnějším konstrukcím a některým příkladům. Jsou zde mj. topologisace uspořádaných prostorů, kartézské součiny topologických prostorů, L-prostory. Metoda identifikace bodů je implicitně v 7. 2. 22, několikrát je používána (v příkladech 6.4, v Dodatku I).

V kapitole 7 se definují spojitá zobrazení, přesně a inversně spojitá zobrazení, uzavřená zobrazení; je dokázána, kromě jiných tvrzení toho okruhu, věta Tietzeova-Urysonova o rozšíření spojité funkce.

Velmi pěkná je kapitola 8; v ní jsou probírány pojmy související s pokrytím, speciálně kompakticita. V obecné situaci je nutné rozlišovat pojmy pokrytí (soustava podmnožin, jejichž vnitřky vyplní celý prostor) a zakrytí (soustava podmnožin vyplňujících celý prostor); např. prostor je kompaktní, právě když každé pokrytí obsahuje konečné zakrytí.

Především jsou dokázána tvrzení okruhu Tychonovovy věty (normalita regulárního separabilního prostoru). Dále je v této kapitole studována Lindelöfova vlastnost, mj. v souvislosti s existencí bodů zhuštění a s dokonalou normalitou. Pak jsou probírány různé vlastnosti a charakterisace spočetně kompaktních a kompaktních prostorů, s Bourbakiho důkazem věty o kompakticitě kartézského součinu. Konečně v článku o úplně regulárních prostorech je definován známý β-obal.

Téměř nejdelší kapitola 9 pojednává o metrisovatelných prostorech. Po základních definicích a vlastnostech následuje článek o podmínkách metrisovatelnosti (souvisící s Chittendenovými výsledky; Smirnovova věta je v Dodatku II). Podrobně jsou studovány úplné metrické prostory a jejich analogie, topologicky úplné prostory (tento pojem zavedl Čech v r. 1937). Poslední článek obsahuje teorii funkcí první Baierovy třídy v topologických (nejen metrických) prostorech.

Následující dvě kapitoly 10 a 11 se zabývají látkou, kterou Whyburn nazval analytickou topologií: pojmy související s roztínáním prostoru. Uveďme alespoň hlavní z nich: souvislost, komponenty, kontinua; roztínání, dělicí body, ireducibilní souvislost, oblouky; cyklické uspořádání, jednoduché uzavřené křivky; lokální souvislost, lokálně souvislá kontinua. Hlavní věty jsou: 10.3.5 o limitě souvislých množin, o existenci uspořádání v ireducibilně souvislém prostoru, o existenci nedělících bodů kontinua, 10.6.16. o cyklu, o existenci oblouku, charakterisace spojité křivky. Je to látka velice obtížná a nesmírně poutavá. Vhodným členěním, vypuštěním nepodstatných zobecnění a jasným a přesným výkladem dosáhl autor srozumitelné a přehledné podání.

Poslední kapitola 12 jedná o některých Katětovových výsledcích o H-uzavřených prostorech, a o podrobnějších vlastnostech β-obalu; zde je i Pospíšilova věta o nespočetném součinu a jeho výsledky o charakterech.

Devadesátistránkový Dodatek II je knihou sám o sobě. Zejména jsou zde vyšetřeny vlastnosti plně normálních prostorů; přitom však je zavedena celá řada nových pojmů, metod a výsledků. Vzpomeňme jen lokálně konečné soustavy, pseudometriky, uniformní a proximitní prostory, lokalisace.

Kniha je zakončena krátkým seznamem literatury; poznámkami k textu; rejstříkem — rejstřík symbolů je neúplný. Mezi poznámky a rejstřík je zasunut nekrolog na Bedřicha Pospíšila, který již byl uveřejněn v Časopise pro pěstování matematiky. Škoda, že nemohla být připojena cizojazyčná resumé.

---

[3]) V dosavadní terminologii, prostorem zde je rozumět AB-prostor; F-prostor zde je ABU-prostor. Poznamenejme, že předmětem Kuratowského *Topologie* jsou — v prvních kapitolách — právě tyto F-prostory.

Výklad je hutný; od kapitoly 4 sleduje věta větu a definici, bez naváděcích poznámek či úvodů. Styl důkazu je též trochu stručný; u vět s krátkými bezprostředními důkazy jsou vůbec vynechány; na druhé straně v důkazech nejsou mezery a nepřesnosti, které by bylo nutné pracně doplňovat. Pro čtenáře navyklé na tento styl — a při dobré vůli lze tento užitečný návyk snadno získat — je čtení velmi příjemné. Výklad je v celém vlastním textu na jediné úrovni: nestává se obtížnější s postupujícími stránkami. Dokonce v dodatcích je výklad podrobnější — ale to je vyváženo obtížností látky. Cvičení jsou velmi vhodně volena. Zkrátka, je to takový druh knihy, jakým byly svého času *Bodové množiny.*

Typografická úprava není zcela uspokojující. Texty tvrzení jsou prostrkány (nikoli kursivní); nevím přesně důvod, ale příjemné na čtení to není — viz např. dvojstránku 144—145. V sazbě vzorců je často nelogické a matoucí mezerování; zejména, téměř za všemi $\mathcal{E}$ je nevhodná mezera. V kapitolách 1—3 text za tvrzením není od něho oddělen, i když s ním nesouvisí. Symboly $\cup$, $\cap$ v obou velikostech mají nízko střed, sahají pod řádku, ale ne nad ni; kromě toho v Dodatku I je nepozorná sazba petitu kolem symbolů $\cup$.

Označení X^* pro doplněk množiny X, zavedené v 4.2, se dále nepoužívá a symbol * je v dalším jen odlišovacím znaménkem. V dodatcích jsou proti vlastnímu textu některé celkem nepodstatné odchylky v označování. Na str. 114. Definice 6. 4. 2 má být Definice 6. 1. 4.

Domnívám se, že tato kniha je velmi významná. Především, je to rara avis, česká matematická monografie světové úrovně. Za druhé, podává přístupný a moderní výklad obecné topologie, jdoucí značně do šířky i hloubky. Za třetí, obsahuje cenné zobecnění, teorii prostorů bez axiomu U. Za čtvrté, při tradiční pečlivosti akademika Čecha i na tomto úseku, normuje a stabilisuje českou terminologii.

O. Hájek

Pokroky matematiky, fysiky a astronomie. — Ročník 3. — Vydává Jednota československých matematiků a fysiků v Nakladatelství ČSAV, Praha II, Vodičkova ul. 40. — Redakce: Katedra matematiky a deskr. geometrie na fakultě elektrotechnické ČVÚT, Praha II, Na Bojišti 3, tel. 23-66-66. — Tiskne Knihtisk, n. p., závod 05, Praha 8, tř. Rudé armády 171. — Administrace: Poštovní novinový úřad, Jindřišská 14, Praha 3. Rozšiřuje Poštovní novinová služba, objednávky přijímá také každý poštovní úřad nebo doručovatel.

Rukopis odevzdán do tiskárny 3. dubna 1959. číslo vyšlo v červenci 1959.

A-11283