Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Nové knihy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 20 (1975), No. 5, 296--[300a]

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138266

nové knihy

Karel Rektorys: **Variační metody v inženýrských problémech a v problémech matematické fyziky.** *SNTL, Praha 1974, 602 stran. 67 Kčs.*

Kniha je určena především fyzikům a inženýrům s teoretickým zaměřením. To ovšem neznamená, že by byla bez zajímavosti pro matematiky. Hlavním předmětem knihy jsou funkcionálně analytické metody pro řešení okrajových úloh lineárních diferenciálních, zejména parciálních, rovnic. Je tu vyložena především teorie založená na větě o minimu kvadratického funkcionálu. Přitom se pracuje s energetickým prostorem H_A funkcí, který je částí prostoru L_2 funkcí integrovatelných s kvadrátem. Aby bylo možno rozšířit okruh zkoumaných problémů na různé druhy nespojitostí a na nesymetrické úlohy, zahrnul autor do své knihy také moderní teorii založenou na Laxově-Milgramově větě. Pak bylo třeba věnovat patřičnou pozornost zobecněným derivacím a Sobolevovým prostorům W_2^k. Jak je vidět, jde o abstraktní pojmy, které jsou pro inženýry značně náročné. Autor zahrnul do knihy některé vlastní nové výsledky. Jsou to zejména některé nové odhady v nerovnostech Friedrichsova typu (kap. 18), které hrají důležitou úlohu v odhadu chyby přibližného řešení, netradiční zpracování problematiky kapitol 19, 34 a 35, nové výsledky v problému vlastních čísel pro rovnice typu $Au - \lambda Bu = 0$ a v problematice dvojstranných odhadů pro vlastní čísla těchto rovnic a některé nové variační metody navržené autorem v kapitolách 43 a 45. Jak vidíme, je tu řada zajímavostí i pro matematika odborníka.

Jak už bylo řečeno, psal autor svou knihu zejména pro inženýry, u kterých nemohl předpokládat znalost zmíněného abstraktního matematického aparátu. Proto ho v textu podrobně zavádí a ilustruje na četných příkladech. Rovněž vlastní problematika knihy je ilustrována četnými, také numerickými příklady. Kniha tím nutně narůstá na objemu. Aby čtenář neztratil ze zřetele základní linii výkladu, obsahuje většina částí knihy shrnující kapitolu, která stručně a jasně rekapituluje zavedené pojmy a dosažené výsledky.

Podívejme se nyní trochu podrobněji na obsah knihy. Kniha má šest částí a celkem 47 kapitol. Části mají tyto názvy: 1. část. Hilbertův prostor. 2. část. Variační metody. 3. část. Aplikace variačních metod k řešení obyčejných a parciálních diferenciálních rovnic s okrajovými podmínkami. 4. část. Teorie diferenciálních rovnic s okrajovými podmínkami založená na Laxově-Milgramově větě. 5. část. Problém vlastních čísel. 6. část. Některé speciální metody. Regulárnost slabého řešení.

1. část obsahuje základy teorie Hilbertových prostorů potřebné pro další výklad. Základní pojmy jsou vyloženy nejdříve na speciálním případě prostoru L_2, teprve pak jsou rozšířeny na případ obecných Hilbertových prostorů. První část je zakončena kapitolou věnovanou operátorům a funkcionálům. Obsahuje řadu vět o hustotě a větu Rieszovu. Na této větě pak spočívají důkazy základních existenčních vět ve druhé a ve čtvrté části knihy.

Ve 2. části knihy je vyložena dnes už klasická teorie řešení operátorových rovnic $Au = f$, založená na větě o minimu kvadratického funkcionálu $(Au, u) - 2(u, f)$. O operátorech se většinou předpokládá, že jsou lineární, symetrické a pozitivně definitní; nemusí to být nutně operátory diferenciální. Protože rovnice $Au = f$ nemusí mít klasické řešení, je zde zaveden pojem zobecněného řešení a ukázány variační metody, jak toto řešení nalézt. Je to zejména metoda ortonormálních řad, Ritzova metoda, Galerkinova metoda, metoda nejmenších čtverců, Courantova metoda a metoda největšího spádu. Prakticky tyto metody umožňují najít přibližné řešení a odhadnout chybu.

Ve třetí části jsou variační metody aplikovány na okrajové úlohy pro obyčejné a parciální diferenciální rovnice, které se vyskytují v praxi, zejména stavební. Značná pozornost je zde věnována volbě vhodné báze a numerickému výpočtu konkrétních úloh.

Čtvrtá část je teoreticky nejnáročnější. Na rozdíl od části druhé je věnována pouze speciálním diferenciálním rovnicím sudého řádu. Tyto rovnice však zahrnují většinu prakticky významných případů. Koeficienty v těchto rovnicích nemusí být spojité a také nemusí splňovat často vyžadované podmínky symetrie. Je zde zaveden pojem slabého řešení okrajových úloh se stabilními (hlavními), případně nestabilními (přirozenými) vedlejšími podmínkami a dokázána základní věta o existenci a jednozančnosti řešení za předpokladu tzv. V-eliptičnosti. V případě tzv. Neumannových podmínek není podmínka V-eliptičnosti splněna. Vhodnou modifikací se autor vypořádává i s tímto problémem. V kapitole 34 je vyloženo, jak lze k hledání slabého řešení použít metod analogických k metodě Ritzově a metodě nejmenších čtverců. V případě Ritzovy metody je nutno požadovat symetrii, v případě metody nejmenších čtverců nikoliv. V části čtvrté se běžně pracuje se zobecněnými derivacemi funkcí a s jejich stopami na hranicích uvažovaných oblastí. Aby nedocházelo k nepříjemným komplikacím, omezuje se autor na oblasti s lipschitzovskou hranicí, případně klade na hranici další požadavky hladkosti. Všechny tyto pojmy jsou podrobně vyloženy v prvních třech kapitolách čtvrté části. Je zde také zahrnuta stručná informace o Lebesgueově integrálu, který je nutno používat pro to, aby uvažované funkcionální prostory L_2, W_2^k atp. byly úplné a bylo možné dokázat existenční věty.

Pátá část je věnována problému vlastních čísel. Je zde především vyložena teorie totálně spojitých operátorů včetně Fredholmových vět a věty o existenci úplné soustavy vlastních funkcí samoadjungovaných pozitivních operátorů. Pro diferenciální operátory ze čtvrté části, které ovšem totálně spojité nejsou, je podána především slabá formulace problému vlastních čísel a dokázána věta o existenci diskrétního spektra za předpokladu symetrie a V-eliptičnosti. (Viz věta 39,5). Pro tento případ je zde ukázána Ritzova metoda hledání vlastních čísel. Zvláštní pozornost je věnována oboustranným odhadům vlastních čísel. Nakonec jsou za jistých předpokladů přeneseny dosažené výsledky na případ problému $Au - \lambda Bu = 0$.

Šestá část obsahuje některé zajímavé doplňky k řešení okrajových úloh. Je to především dnes velmi populární metoda konečných prvků, dále metoda Trefftzova, metoda ortogonálních projekcí a metoda nejmenších čtverců na hranici pro biharmonickou rovnici. Poslední metoda byla navržena autorem. Metoda k řešení smíšených úloh pro parabolické rovnice, vyložené v 45. kapitole, pochází rovněž od autora. Šestá část obsahuje ještě některé výsledky týkající se regularity slabého řešení.

Kniha profesora K. Rektoryse o variačních metodách zaplňuje citelnou mezeru v naší literatuře. Byla očekávána s velkým zájmem. Po přečtení knihy je nutno konstatovat, že se autorovi zdařila. Je psána přesně, srozumitelně a přes značnou šíři výkladu dostatečně přehledně. Věřím, že nalezne mnoho vděčných čtenářů z řad inženýrů, fyziků i matematiků. Metoda výkladu je natolik pružná, že poskytuje zajímavou četbu čtenářům různé teoretické úrovně. Shrnující kapitoly 17, 27, 36 a 47, dobře sestavený obsah a rejstřík umožňují čtenáři dobře se v knize orientovat a soustředit se případně pouze na ty partie, které ho zajímají. O kvalitě knihy mluví také to, že má v roce 1976 vyjít anglicky v nakladatelství Dordrecht (Holland) — Boston, Reidel Co.

Čestmír Vitner

Paul Erdös, Joel Spencer: **Probabilistic methods in combinatorics.** *Akademiai Kiadó, Budapest 1974, str. 106*

Tato knížka není velká rozsahem, ale myšlenkově je velmi závažná. Předkládá se v ní metoda na řešení některých problémů konečné kombinatoriky, metoda dostatečně silná na to, aby zahrnula problémy natolik vzdálené jako existence grafů, které nemají neidentický automorfismus ve velmi silném smyslu; existence vysoce barevných grafů a hypergrafů, které jsou lokálně velmi řídké (bez krátkých cyklů); existence „vysoce homogenních" turnajů. Metoda je založena na definování vhodného pravděpodobnostního prostoru a důkazu, že kombinatorický objekt žádaných vlastností se v tomto prostoru vyskytuje s nenulovou pravděpodobností. Důkaz existence je tedy neefektivní, není zřejmé, jak příslušný objekt konstruovat. (Otázka po konstrukci neztrácí nalezením nekonstruktivního důkazu smysl, v mnoha případech pravděpodobnostní důkaz předběhl o dlouhou dobu nalezení konstruktivního důkazu, v několika (důležitých) případech není konstrukce známa dosud.) Kniha obsahuje (mnohde vylepšené) důkazy klasických vět staršího autora (P. ERDÖS), kterého je možno (spolu s A. RÉNYIM) považovat za zakladatele teorie, a mnohá pracná zlepšení druhého autora. Obsahově se kniha skládá ze 17 kapitol: kromě ilustrativní části první a nezbytných definic a číselně teoretických vztahů, jež tvoří kapitoly 2. a 3., se její obsah rozpadá myšlenkově do tří hlavních částí: 1. část věnovaná barevnosti grafů a hypergrafů a jejím variantám; 2. část věnovaná zejména „balančním" problémům a asymetriím; 3. část věnovaná nezávislosti grafů a hypergrafů a jejím variantám.

Do 1. části spadají kapitoly: *4. — Vlastnost B* (minimální 3-barevné hypergrafy), *11. — Barevnost* (vysoce barevné grafy bez krátkých cyklů), *5. — Ramseyova věta* (odhady pro Ramseyova čísla), *6. — Van der Waerdenova věta* (dolní odhady pro Van der Waerdenova čísla), *12. — Zarankiewiczův problém a bipartitní Ramseyova věta* (nejobsáhlejší kapitola, odhady pro rozklady hran bipartitních grafů). Do 2. části by bylo možno zařadit kapitoly: *9. — Turnaje* (věnovaná existenci turnajů, které jsou velmi „homogenní"), *10. — Regulární turnaje* (věnovaná turnajům, které neobsahují velké částečné uspořádání), *14. — Asymetrické grafy* (obsahující zjednodušené důkazy klasické Erdösovy-Rényiho práce o grafech s velkými asymetriemi), *15. — Problémy vyváženosti* (zkoumající různé problémy o maticích s „pravidelnostmi"), *7. — Kvasi-Ramseyovy věty* (zkoumající vyvážené rozklady podmnožin), *8. — Kvasi-van der Waerdenova věta* (zkoumající vyvážené rozklady přirozených čísel). Do třetí části spadá explicitně pouze kapitola *13. — Vyplňování* („packing"), pokrývání a Turánova věta (obsahující odhady pro Turánova čísla), ovšem implicitně je problematika nezávislosti včleněna do několika dalších kapitol (např. 4., 11.) a v „pravděpodobnostním" pojetí stojí nezávislost „blízko" barevnosti (viz Metoda 1., kap. 11). Trochu stranou je kapitola *16. — Vyhodnocení náhodných grafů* (obsahující věty typu: skoro každý velký graf obsahuje jako podgraf ...) a *17. — Co zbylo*, obsahující jednak poznámku o nekonečných náhodných grafech, jednak otevřený problém (dotovaný 300 $ — proplatí P. Erdös), jednak jeden problém, který nelze pěkně vyřešit nekonstruktivní metodou.

Kniha obsahuje mnoho cvičení, mezi nimiž jsou také problémy (autorů i cizí) a je psána tak, aby čtenáře uvedla do současného stavu teorie. Nezasvěcený čtenář by však měl mít po ruce učebnici kombinatoriky, kde by našel poněkud rozvedeno zadání úloh. Kniha byla kolektivně přeložena do češtiny pro potřeby semináře kombinatoriky na MFF.

Jaroslav Nešetřil

Josef Kaucký: **Kombinatorické identity.** *Veda, Nakladatelství SAV, Bratislava 1974, 475 stran, cena 51 Kčs.*

Do této knihy shrnul autor své bohaté znalosti o kombinatorických identitách. Kniha má podtitul *Úvod do studia metod kombinatorické analýzy* a je v naší literatuře jedinou monografií o tomto tématu. Začátečníka upoutají zejména první tři kapitoly. V první, úvodní, je několik úloh, jejichž řešení vede na kombinatorické identity. Kombinatorickými identitami se rozumějí identicky platné rovnice obsahující binomické koeficienty. V druhé jsou podány definice a odvozeny vlastnosti základních kombinatorických funkcí $n!$, $(x)_k = x(x-1) \ldots (x-k+1)$, $x^{(k)} = x(x+1) \ldots (x+k-1)$, $\binom{x}{k}$. Další kapitola pak pojednává o permutacích, variacích a o kombinacích. Enumerativní úlohy z teorie těchto sestav vedly právě k uvedeným základním kombinatorickým funkcím. K odvození výsledků se vedle elementárních metod užívá také teorie posloupností a řad, determinantů, diferenciálního a integrálního počtu, převládající metodou je ovšem metoda úplné indukce. Čtvrtá kapitola je věnována diferenčnímu počtu a jeho aplikacím na kombinatorické identity. Pomocí operátorů diferenčního počtu lze totiž některé z těchto identit snadno dokázat. Mnoho kombinatorických úloh vede na rekurentní, tedy na diferenční rovnice. Příkladem na variaci konstant u těchto rovnic je Huťovo řešení problému rozkladu přirozeného čísla na přirozené sčítance. Závěr čtvrté kapitoly je věnován Stirlingovým a Bernoulliovým polynomům. Pátá kapitola pojednává o vytvořujících funkcích. Je-li (a_i) posloupnost taková, že řada $\sum_{i=0}^{\infty} a_i t^i$ konverguje v nějakém intervalu $(-t_0, t_0)$, pak součet této řady se nazývá vytvořující funkce pro danou posloupnost. Analogicky se definují vytvořující funkce většího počtu proměnných. Vlastní příspěvek autorův k této problematice se týká např. tzv. cyklového indikátoru symetrické grupy. Tím se rozumí funkce

$$C_n(t_1, \dots, t_n) =$$

$$= \sum \frac{n!}{k_1!\, k_2! \dots k_n!} \left(\frac{t_1}{1}\right)^{k_1} \left(\frac{t_2}{2}\right)^{k_2} \dots \left(\frac{t_n}{n}\right)^{k_n},$$

kde součet se vztahuje na n-tice $(k_1, k_2, \dots, k_n)$ takové, že $k_1 + 2k_2 + \dots + nk_n = n$. Tato funkce je vytvořující pro čísla $C(k_1, \dots, k_n)$, která vyjadřují počet permutací, jež mají k_1 1-cyklů, k_2 2-cyklů, ..., k_n n-cyklů. Autor ukázal, jak lze funkce C_n postupně spočítat.

Šestá a nejrozsáhlejší kapitola knihy obsahuje různé důkazy některých význačných kombinatorických identit, jako např. identity čínského matematika Li-Žen-Šua nebo Morley-Dixonovy formule. Další její odstavce se týkají Hagenova vzorce a jeho zobecnění, Bartošových součtů, identit Abelova typu, identit, které obsahují konečný úsek harmonické řady, a Grosswaldových formulí.

Kniha podává dobrý přehled o kombinatorických identitách a zdůrazňuje zejména přínos československých matematiků. Autor sám přinesl nejen nové výsledky, nýbrž i nové a elegantní důkazy výsledků známých. Kniha pak obsahuje množství úloh, z nichž většina vznikla na technických pracovištích. Může tedy být vhodnou pomůckou jak matematikům, kteří se s kombinatorickými metodami setkávají jen příležitostně, tak i těm zájemcům, kteří se touto disciplínou systematicky zabývají.

Miroslav Novotný

Irene Farkas - Miklós Farkas: **Introduction to linear algebra.** *Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975. 205 stran.*

O lineární algebře byla již napsána řada knih různého zaměření. Recenzovanou knihou rozmnožují tuto řadu i maďarští autoři I. a M. Farkasovi z budapešťské techniky a jejich příspěvek není nezajímavý. V předmluvě říkají, že většina pěkných knih věnovaných lineární algebře vychází při studiu příslušných algebraických struktur už z daného axiomatického systému. Ve své knize chtějí začátečníkovi přiblížit samotný axiomatický základ a vybudovat most od konkrétních struktur (známých částečně ze střední školy) k axiomatickému pojetí předmětu.

Kniha je rozdělena do šesti kapitol. První kapitola *Elementární vektorová algebra* obsahuje odstavce: 1. Vektory v obyčejném prostoru. Základní operace. 2. Násobení vektorů. 3. Báze. Souřadnice. 4. Aplikace v analytické geometrii a v mechanice. Výklad se opírá o intuitivní pojmy (posunutí, délky, směru, smyslu, orientace a úhlu) a má sloužit jako názorný geometrický model pro abstraktní pojmy, které jsou zavedeny později.

Druhá kapitola je nazvána *Komplexní algebra* a zahrnuje články: 5. Komplexní čísla. 6. Polární tvar komplexních čísel. 7. Polynomy. Při zavádění tělesa komplexních čísel se zdůrazňuje jeho struktura lineárního prostoru nad tělesem reálných čísel. Výklad předpokládá znalost reálných čísel a je již zcela rigorózní, jen polární tvar komplexního čísla se opět opírá o intuitivní pojem úhlu. Odstavec o polynomech je zaměřen výhradně na jejich rozklad a je škoda, že polynomů se neužívá jako dalšího příkladu lineárního prostoru (popř. algebry).

Důležité příklady vektorových prostorů obsahuje třetí kapitola *Maticová algebra*, kterou tvoří pět odstavců: 8. Základní operace s maticemi. 9. Lineární prostor uspořádaných n-tic. 10. Determinanty. 11. Inverzní matice. 12. Hodnost matice. Za zmínku stojí odstavec o determinantech, při jejichž zavedení se užívá induktivní definice. Tento dost pracný postup výkladu je v knize bezvadně proveden. Jeho cena je však problematická, neboť je užitečný hlavně při vyčíslování determinantů. Při numerických výpočtech se však determinantů — zejména vyšších řádů — prakticky neužívá. U determinantů je asi daleko důležitější přechod k jistému abstraktnímu hledisku, kdy je chápeme jako multilineární alternující formy na příslušném aritmetickém vektorovém prostoru. K tomuto pojetí se však v knize nedospěje.

Čtvrtá kapitola *Systémy lineárních rovnic* vlastně uzavírá tu část knihy, která se zabývá konkrétními strukturami. Po tradičních odstavcích 13. Existence a jednoznačnost řešení, 14. Gaussova metoda řešení, 15. Množina všech řešení, je tu zařazen pěkný a ne tak tradiční odstavec 16. Základní problém lineárního programování.

Teprve v poslední třetině knihy přistupují autoři k abstraktnímu hledisku. Obsah posledních kapitol je dostatečně charakterizován názvy jednotlivých odstavců. V páté kapitole *Lineární a euklidovský prostor* to jsou odstavce: 17. Lineární prostor. 18. Euklidovský prostor. 19. Báze. 20. Transformace bází. V šesté kapitole *Lineární operátory* pak odstavce: 21. Algebra operátorů. 22. Vlastní hodnoty a vlastní vektory. 23. Symetrické operátory. 24. Kvadratické formy. 25. Rozklad operátorů.

Kniha je v pravém smyslu slova úvodem a může posloužit jako základ ke studiu obšírnějších a abstraktnějších monografií. Autoři postupují od konkrétního a speciálního k abstraktnímu a obecnému a jejich výklad je srozumitelný a jasný. (Jen na str. 179 je zřejmě vlivem tiskové chyby definice definitní kvadratické formy totožná s definicí semidefinitní kvadratické formy.) Přestože kniha je původně určena pro fyziky a inženýry, může být užitečná i pracovníkům, kteří se zabývají teorií i praxí středoškolské výuky matematice.

Jiří Matyska

Miroslav Maňas: **Teorie her a optimální rozhodování.** *Praha 1974, SNTL, edice Matematický seminář, 256 stran, cena 25,— Kčs.*

Kniha M. Maňase je první u nás vydanou ucelenou prací o teorii her. Dosavadní překladová a původní literatura (např. BLACKWELL a GIRSHICK, WILLIAMS, WINKELBAUER) byla věnována pouze některým speciálním otázkám, popř. popularizaci této zajímavé matematické disciplíny.

Autor svou práci koncipoval jako stručný průřez všemi základními součástmi současné teorie her. Opíral se přitom především o příklady praktických aplikačních „hrových“ modelů ekonomického optimálního rozhodování.

1. kapitola obsahuje přehled základních pojmů matematické analýzy konfliktních situací, klasifikaci „hrových“ modelů a výklad normativního hlediska teorie her, kterému je podřízena celá filozofie knihy. V 2. kapitole autor stručně rekapituluje nejdůležitější poznatky o nekonfliktních rozhodovacích situacích řešených v rámci matematického programování. 3. kapitola je věnována antagonistickým konfliktním situacím (tj. konfliktním situacím se dvěma inteligentními účastníky, jejichž zájmy jsou diametrálně protikladné). Převážnou část této kapitoly tvoří výklad teorie maticových her a souvislostí mezi maticovými hrami a úlohami lineárního programování. Maticové hry modelují konečný antagonistický konflikt (s konečným počtem strategií hráčů). Nekonečným antagonistickým konfliktním situacím (každý hráč má nekonečně mnoho strategií) je věnována 4. kapitola. V 5. kapitole se autor zabývá kooperativní a nekooperativní teorií neantagonistického konfliktu dvou účastníků (každý z inteligentních účastníků sleduje vlastní zájmy, které nemusí být zcela protikladné). V případě konečného počtu strategií jde o tzv. bimaticové hry. Obecný případ konfliktu n účastníků je popsán v 6. kapitole, jejíž podstatná část je věnována kooperativní teorii v případě přenosné výhry. 7. kapitola obsahuje přehled modelů rozhodování při riziku a neurčitelnosti, které se v rámci teorie her fomalizují jako modely konfliktů s inteligentními a neinteligentními účastníky. Samostatným teoretickým přínosem autora je rozbor konfliktů s tzv. p-inteligentními účastníky (charakteristika chování účastníka konfliktu je kompromisem mezi normativním vymezením inteligence, používaným v teorii her, a chováním „neinteligentního“ účastníka, které má povahu zcela náhodné volby). V 8. kapitole autor uvádí některé doplňující partie (axiomatický přístup k teorii her, teorie užitku, diferenciální hry).

Sympatickým rysem knihy M. Maňase je to, že kromě důsledné snahy o definici optimálního rozhodování účastníků v jednotlivých typech konfliktních situací se zabývá též výpočetními problémy hledání optimálních rozhodnutí. Výklad je ilustrován velkým počtem zajímavých příkladů, jejichž analýza zaujímá téměř třetinu textu. Spolu s jednotným pohledem na různé části teorie her autor v podstatě úspěšně řeší i otázku české terminologie, která není dosud ustálena.

Kniha je napsána úsporně, přesně a velmi pěknou češtinou. Pokud jde o používaný matematický aparát, je v podstatě soběstačná a neklade zvláštní nároky na speciální přípravu čtenáře. I když není koncipována jako učebnice, může posloužit jako vhodný učební text pro přírodovědné, technické a ekonomické fakulty vysokých škol. Přispěje zároveň k rozšíření všeobecného vzdělání každého pracovníka, který se zabývá aplikacemi matematiky, zejména ve společenskovědní oblasti.

František Turnovec

Co je třeba rozumět pod přirozeným pojmem „živé“ nebo „naší“ vědy? „Naše věda“ reprezentuje souhrn našich znalostí o přírodních jevech. Toto určení provokuje otázku: co je v tomto souhrnu „našeho“? Odpověď najdeme metodou postupných přiblížení, střídajíce příliš široká a příliš úzká určení, dokud nedojdeme k přijatelnému kompromisu. Je zřejmé, že libovolný soubor foliantů obsahujících všemožná fakta a teorie nepředstavuje naše znalosti jen tím, že nám náleží. Příklad renesanční epochy a dřívějších historických epoch ukazuje, že pouhé vlastnické právo na knihy nestačí. Je tedy nutné, aby někdo znal obsah všech svazků, které mají „naši vědu“ představovat? Toto hledisko má jisté výhody, ale přijato důsledně by znamenalo, že věda již dosáhla svých hranic. Nestačilo by tedy, aby se ke každému dílu našel jeden člen společnosti, který by zvládl právě celý jeho obsah? Zřejmě nikoli, protože tvrzení obsažená v různých svazcích si mohou vzájemně odporovat, a izolovaní „ochránci vědomostí“ nemohou tyto rozpory objevit. Věda je budova, a nikoli hromada cihel, byť i tyto cihly byly velmi cenné.

Domnívám se, že určitou zásobu informací je možno nazvat „naší vědou“, pokud existují lidé schopní zvládnout a používat každou jejich část, lidé, kteří by chtěli zvládnout všechny a přitom vědí, že je to nad jejich síly; to vše je podmíněno dostatečnou důvěrou v to, že různé části souboru informací si vzájemně neodporují a tvoří jednotu.

Přijmeme-li uvedenou definici „naší vědy“, pak se její obsah bude měnit nejen v důsledku získávání nových poznatků, ale částečně i díky přesouvání zájmu ze starších oblastí na novější. Některé věci zapomínáme a soustřeďujeme se na poslední výsledky bádání, čímž starší oblasti přestávají být součástí „naší vědy“ ne proto, že bychom si mysleli, že nezapadají do nového obrazu světa, ale prostě proto, že nikdo nepociťuje potřebu je znát, alespoň nikdo z těch, kdo usilují o rozvoj vědy.

Možnosti rozvoje tohoto typu nejsou zdaleka vyčerpány. Dnes se ne příliš ochotně věnujeme teorii pevných látek, v níž student musí zvládnout zhruba 600 prací, než dospěje do „první linie“ a může samostatně zkoumat. Místo toho se věnujeme kvantové elektrodynamice, kde k témuž účelu postačí seznámit se s šesti pracemi (pozn.: psáno v roce 1950). Zítra můžeme odložit tímto způsobem celé vědní obory. Ovšem tyto změny v zájmech nejsou nahodilé a většinou jsou zdůvodněny tím, že nový obor je založen na fundamentálnějších myšlenkách a starší v sobě zahrnuje. Vlastnosti pevných látek plynou z principů kvantové elektrodynamiky, která však popisuje i mnoho jevů jiných ... Zahrnutí staršího předmětu do nové disciplíny je ovšem do jisté míry iluzorní. Jenom neobyčejně pronikavý intelekt by z principů obecné kvantové teorie uměl odvodit existenci pevných látek sestavených z atomů rozložených v prostoru do pravidelných mřížek. Pak by ovšem již znal všechno včetně např. role defektů krystalických mříží. Rovnice kvantové theorie je možno přirovnat k proroctví Pythie, popisujícímu v obdivuhodně zhuštěné formě všechny jevy krystalografie. Ovšem lidský rozum věštbu nepochopí, není-li opatřena komentářem. A rozsah komentáře se má k rozsahu proroctví zhruba jako celá bible k jednomu verši knihy *Leviticus*.