Alois Švec

Zakřivené prostory

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 4 (1959), No. 6, 657--658

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138378

POKROKY MATEMATIKY, FYSIKY A ASTRONOMIE
ROČNÍK IV — ČÍSLO 6

MATEMATIKA

ZAKŘIVENÉ PROSTORY[1])

ALOIS ŠVEC

Prostory s konexí bývají velmi často definovány analytickým způsobem. V této přednášce se chci zmínit o jejich geometrické definici a možných zobecněních.

Ukažme nejprve, jakým způsobem plocha π $x = x(u, v)$ euklidovského trojdimensionálního prostoru $\mathbf{E}_3$ dává vznik tzv. prostoru s konexí. V každém bodě plochy π uvažujme tečnou rovinu $\tau(u, v)$. Nechť γ $(u = u(t), v = v(t), t_1 \leqq t \leqq t_2)$ je oblouk na ploše π s krajními body $x_1 = x(u_1, v_1)$, $x_2 = x(u_2, v_2)$. Uvažujme dále jednoparametrový systém tečných rovin $\tau(t) = \tau(u(t), v(t))$ v bodech oblouku γ. Potom existuje dvojparametrový systém V křivek $x = x(t; \alpha, \beta)$ té vlastnosti, že každým bodem tečné roviny $\tau(t)$ prochází jedna křivka systému V a že její tečna v tomto průsečíku je kolmá na $\tau(t)$. Mezi tečnými rovinami $\tau(t')$ a $\tau(t'')$ $(t_1 \leqq t' < t'' \leqq t_2)$ je tak sestrojena korespondence K, v níž si odpovídají průsečíky křivek systému V s těmito rovinami; ukáže se, že K je shodností. Tím způsobem každým dvěma bodům x_1, x_2 plochy π a oblouku γ je spojujícímu je přiřazeno isometrické zobrazení $K(x_1, x_2, \gamma)$ tečné roviny $\tau(u_2, v_2)$ na $\tau(u_1, v_1)$; podotýkám, že K opravdu na γ závisí. Předchozí konstrukce dovoluje oblouku γ přiřadit jistý oblouk (tzv. rozvinutí γ^*) euklidovské roviny: Buď $x(t)$ bod oblouku γ. Nechť $y(t)$ je bod tečné roviny $\tau(t_1)$ v bodě x_1, který odpovídá bodu $x(t)$ ve výše konstruované shodnosti K mezi rovinami $\tau(t_1)$ a $\tau(u(t), v(t))$; γ'^* je pak právě tvořena body $y = y(t)$. Celkem snadno se nahlédne, že např. geodetické křivky (definované obvyklým způsobem jako nejkratší spojnice dvou bodů) se rozvinou do přímek.

Vedeni předchozími úvahami můžeme vysloviti tuto definici prostoru s euklidovskou konexí $\mathscr{E}_m$: Každému bodu $u = (u^1, \ldots, u^m)$ m-rozměrné oblasti parametrů Ω (Ω může být např. afinní prostor $\mathbf{A}_m$) buď přiřazen m-rozměrný euklidovský prostor $\mathbf{E}_m(u)$ a v něm bod $E_0(u)$ ($\mathbf{E}_m$ nazývám lokálním prostorem a E_0 centrem); každému oblouku $\gamma \subset \Omega$ mezi body $u_1, u_2 \in \Omega$ buď dále přiřazena shodnost K mezi prostory $\mathbf{E}_m(u_1)$ a $\mathbf{E}_m(u_2)$. Každé křivce prostoru $\mathbf{E}_m$ je možno přiřadit rozvinutí, tj. křivku euklidovského prostoru $\mathbf{E}_m$, přesně týmž způsobem, jaký jsem uvedl výše pro plochu; geometrickými vlastnostmi křivky γ prostoru $\mathbf{E}_m$ pak rozumíme geometrické vlastnosti jejího rozvinutí. Každé ploše v $\mathbf{E}_3$ (a zcela obdobným způsobem každé varietě V_m v $\mathbf{E}_n$) je tak přiřazen prostor s euklidovskou konexí $\mathscr{E}_2$ (resp. $\mathscr{E}_m$); jeho vlastnosti se nazývají vnitřní geometrií uvažované plochy (resp. variety); tento prostor má však jisté speciální vlastnosti a nazývá se Riemannovým prostorem.

[1]) Předneseno na I. sjezdu Jednoty československých matematiků a fysiků v Praze dne 2. dubna 1959.

Předchozí definici prostoru s konexí je možno zobecnit mnoha způsoby. Nejběžnější je ten, že místo euklidovských lokálních prostorů užíváme prostorů projektivních, afinních atd., při čemž shodnosti mezi nimi jsou ovšem nahrazeny kolineacemi, afinitami atd. (prostory s projektivní, afinní atd. konexí). Málo je studováno další zobecnění, kdy se sobě nerovná dimense m oblasti parametrů Ω a dimense (např. n) lokálních prostorů (tzv. Königovy prostory). Domnívám se však, že dosud nebylo vůbec uvažováno to zobecnění, kdy bodové centrum $E_0(u)$ se nahradí lineárním podprostorem $\mathbf{E}_p(u) \subset \mathbf{E}_n(u)$. Vyslovme pro přehlednost definici variety $EW^m_{p,n}$ s euklidovskou konexí: Každému bodu $u \in \Omega$ m-rozměrné oblasti parametrů buď přiřazen lokální euklidovský prostor $\mathbf{E}_n(u)$ s centrem $\mathbf{E}_p(u) \subset \mathbf{E}_n(u)$, každému oblouku $\gamma \subset \Omega$ s krajními body u_1, u_2 buď přiřazena shodnost mezi lokálními prostory $\mathbf{E}_n(u_1)$ a $\mathbf{E}_n(u_2)$. Každému oblouku γ je pak možno celkem jasným způsobem přiřaditi tzv. rozvinutí do $\mathbf{E}_n$, tj. varietu ∞^1 prostorů $\mathbf{E}_p$ v $\mathbf{E}_n$; vlastnostmi oblouku γ v $EW^m_{p,n}$ se nazývají vlastnosti tohoto rozvinutí. Stejným způsobem je možno definovat variety $PW^m_{p,n}$ resp. $AW^m_{p,n}$ s projektivní resp. afinní konexí.

Předchozí definice nejsou samoúčelné a takto vytvořených útvarů je možno užít při studiu „klasických" útvarů diferenciální geometrie. Ve svých pracích jsem položil základy teorií variet $EW^2_{0,3}$, $PW^2_{0,3}$, $EW^2_{1,3}$, $PW^2_{1,3}$ a $PW^2_{1,3}$ vnořených do $PW^4_{1,3}$; tyto teorie jsem pak užil k odvození nových metod studia ploch trojrozměrného prostoru s projektivní konexí a studia dvojparametrických systémů přímek n-rozměrného euklidovského prostoru; v obou případech jsem byl díky užité metodě veden zcela automaticky k řadě nových výsledků.

MATEMATICKÁ STATISTIKA V ČSR*)

FRANTIŠEK FABIAN

Není pochyb o tom, že teorie pravděpodobnosti a matematická statistika patří dnes mezi nejdůležitější matematické disciplíny vůbec; po teoretické stránce skýtá teorie pravděpodobnosti a matematická statistika velké pole pro odhalování dalších a dalších kvantitativních vztahů, vystihujících chování náhodných hromadných jevů, po stránce aplikací skýtají v podstatě jedinou vědeckou metodu na vyhodnocování experimentálního materiálu, pořízeného zejména vědami přírodními a technickými. Jsou to vědy velmi mladé a zejména jejich ohromná praktická užitečnost dává jejich rozvoji úžasnou životní sílu a rýsuje jim rozsáhlé budoucí perspektivy, jak se to v poslední době ukazuje např. prostřednictvím teorie informací, jednoho z matematických základů dnes tak populární kybernetiky.

Z filosofického hlediska je celý tento vývoj průkazným potvrzením dialekticko-materialistického světového názoru, postupným vyvracováním jak idealistického názoru na nezákonitost a nepoznatelnost náhodných jevů, tak mechanicko-materialistického názoru, vylučujícího pojem náhody z přírody vůbec. A vývoj teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky spolu s dia-

---

*) Předneseno na Humboldtově universitě v Berlíně u příležitosti navázání družby mezi Humboldtovou universitou v Berlíně a Karlovou universitou v Praze (23.—29. května 1959). (Viz o tom na str. 748 v tomto čísle).