

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Jiří Fiala

25 ročníků Putnamovy matematické soutěže

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 10 (1965), No. 4, 236--237

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138463>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1965

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

vznikl dnešní Ústav jaderného výzkumu v Řeži. Na matematicko-fyzikální fakultě KU položil základy pro specializaci jaderné fyziky. Když pak byla r. 1955 zřízena samostatná fakulta technické a jaderné fyziky, bylo tam studium jaderné fyziky přeneseno a prof. Petržílka se stal prvním děkanem fakulty. Po celou dobu existence fakulty (s výjimkou dlouhodobého pobytu v SÚJV v Dubně) je také vedoucím katedry jaderné fyziky na FTJF.

Za obětavou práci, kterou prof. Petržílka vždy konal pro československou fyziku, byl mu letos k jeho šedesátinám udělen Řád práce. Všichni spolupracovníci a žáci mu přejí do dalších let života ještě mnoho pracovních úspěchů.

Některé neznámější knihy prof. Petržílky:

- [1] V. PETRŽÍLKA, J. SLAVÍK, I. ŠOLC, O. TARABA, J. TICHÝ, J. ZELENKA: *Piezoelektrina*. NČSAV, Praha, 1960.
- [2] J. PERNEGR, V. PETRŽÍLKA, L. TOMÁŠKOVÁ: *Kosmické záření*. NČSAV, Praha, 1953.
- [3] V. PETRŽÍLKA, S. ŠAFRATA: *Elektrina a magnetismus*. Druhé vydání. NČSAV, Praha, 1956.
- [4] V. PETRŽÍLKA: *Fyzikální optika*. Přírodovědecké vydavatelství, Praha, 1952.
- [5] V. PETRŽÍLKA: *Methody pro detekci a registraci jaderného záření*. NČSAV, Praha, 1959.

Josef Beneš

## 25 ROČNÍKŮ PUTNAMOVY MATEMATICKÉ SOUTĚŽE

The William Lowell Putnam mathematical competition — tak se jmenuje soutěž vysokoškoláků v matematice, která probíhá každoročně ve Spojených státech amerických. Soutěž se konala pod záštitou Harvardské university již po pětadvacáté (r. 1964). Byla umožněna díky fondu, který Harvardské universitě odkázal William Lowell PUTNAM, člen „Harvard class“ z r. 1882. Vedení celé soutěže, která je podobná naší matematické olympiádě (ovšem s tím rozdílem, že je určena vysokoškolákům), převzala THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMERICA (MAA).

Oficiálním časopisem této společnosti je měsíčník THE AMERICAN MATHEMATICAL MONTHLY, jeden z nejlepších světových časopisů věnovaných otázkám výuka matematiky na vysokých školách, informacím o nových matematických disciplínách atd. Tento časopis obsahuje také dvě řady skvělých problémů (elementary problems a advanced problems); vychází od roku 1896 a za tu dobu v něm bylo uveřejněno a až na několik výjimek rozřešeno na 7000 problémů, z toho přes pět tisíc v části „advanced“. Řešení problémů v části „elementary“ je skvělou přípravou právě pro Putnamovu soutěž. Jsou zde také uveřejňovány informace o soutěži, datum konání, soutěžní příklady i jejich řešení. Soutěžní příklady jsou voleny ze základních matematických disciplín, zhruba z těch, které jsou náplní výuky matematiky na většině vysokých škol. Konkrétně tedy jde o diferenciální a integrální počet, vyšší algebru (determinanty a rovnice), elementární diferenciální rovnice a geometrii (elementární i analytickou).

Příklady jsou voleny ovšem tak, aby vyžadovaly originální přístup a dobrý matematický nápad spíše než velkou pracnost. Většinu příkladů lze rozřešit na několika řádcích, podaří-li se ovšem najít vhodnou metodu. President MAA jmenuje komisi tří matematiků, která připraví celou zkoušku. Jak stanoví Putnamova fundace, musí být jeden člen této komise z matematického ústavu Harvardské university.

Soutěž probíhá v jednom dnu; dopoledne od 9 do 12, odpoledne od 14 do 17. Na každé zasedání je zadáno šest příkladů. Soutěže se zúčastní týmy po třech osobách, které vysílají jednotlivé matematické ústavy vysokých škol. Členové týmu ovšem řeší příklady samostatně; počet bodů za tým je dán prostým součtem bodů za jednotlivce. Určený zástupce MAA určí pořadí prvních pěti

týmů. Matematické ústavy, které tyto týmy vyslaly, obdrží podstupně 500, 400, 300, 200 a 100 dolarů. Každý člen prvních pěti týmů obdrží čestné vyznamenání a odměnu podle pořadí týmu: 50, 40, 30, 20, 10 dolarů. Pět nejlepších účastníků soutěže obdrží odměnu po 75 dolarech. Jeden z těchto prvních pěti dostane stipendium 2500 dolarů pro jeden z nejbližších dvou studijních roků na Harvardské universitě.

Pro informaci, jakého typu jsou příklady, které se zadávají, uvádíme obsah dopolední části Putnamovy soutěže z r. 1963 (The Am. Math. Monthly 71 (1964), No. 6).

1. a) Dokažte, že z pravidelného šestiúhelníka a šesti rovnostranných trojúhelníků lze sestavit (bez překrývání) pravidelný dvanáctiúhelník.

b) Nechť  $P_1, \dots, P_{12}$  jsou postupně vrcholy pravidelného dvanáctiúhelníku. Objasněte, proč se diagonály  $P_1P_9, P_2P_{11}$  a  $P_4P_{12}$  protínají.

2. Nechť  $\{f(n)\}$  je ostře rostoucí posloupnost přirozených čísel taková, že  $f(2) = 2$  a

$$f(mn) = f(m)f(n)$$

pro každou dvojici nesoudělných čísel  $m, n$ . Dokažte, že  $f(n) = n$  pro všechna přirozená čísla  $n$ .

3. Nalezněte integrální vyjádření řešení diferenciální rovnice

$$\delta(\delta - 1)(\delta - 2) \dots (\delta - n + 1)y = f(x), \quad x \geq 1,$$

s počátečními podmínkami

$$y(1) = y'(1) = \dots = y^{(n-1)}(1) = 0.$$

Při tom je  $f$  spojitá a

$$\delta \equiv x \frac{d}{dx}.$$

4. Nechť  $\{a_n\}$  je posloupnost kladných reálných čísel. Dokažte, že

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} n \left( \frac{1 + a_{n+1}}{a_n} - 1 \right) \geq 1$$

Dokažte, že 1 na pravé straně nerovnosti nemůže být zaměněna žádným větším číslem.

5. a) Dokažte, že když je funkce  $f$  spojitá na uzavřeném intervalu  $\langle 0, \pi \rangle$  a když

$$\int_0^\pi f(\Theta) \cos \Theta \, d\Theta = \int_0^\pi f(\Theta) \sin \Theta \, d\Theta = 0,$$

pak existují body  $\alpha$  a  $\beta$  takové, že

$$0 < \alpha < \beta \quad \text{a} \quad f(\alpha) = f(\beta) = 0.$$

b) Nechť  $R$  je omezená konvexní otevřená oblast v eukleidovské rovině. Dokažte pomocí  $a$ , že těžiště  $R$  pólí nejméně tři různé tětivy hranice oblasti  $R$ .

6. Nechť  $U$  a  $V$  jsou dva různé body na elipse,  $M$  střed úsečky  $UV$  a necht'  $AB$  a  $CD$  jsou další dvě libovolné tětivy jdoucí bodem  $M$ . Když přímka  $UV$  protíná přímku  $AC$  v bodě  $P$  a přímku  $BD$  v bodě  $Q$ , dokažte, že  $M$  je středem úsečky  $PQ$ .

Putnamovy soutěže se zúčastňuje veliký počet studentů z celých Spojených států. Tato soutěž má ovšem značný vliv na výchovu a výběr nových matematiků. Nebylo by vhodné pořádat podobnou soutěž i u nás?

Jiří Fiala