Miloš Jelínek

Matematický projekt UNESCO pro arabské státy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 17 (1972), No. 2, 89--95

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/138524

MATEMATICKÝ PROJEKT UNESCO PRO ARABSKÉ STÁTY

MILOŠ JELÍNEK, Praha

1. KONFERENCE V TRIPOLI

Arabské národy byly po staletí ovládány cizími mocnostmi; po dlouhá staletí Turky, později Francouzi a Angličany. Teprve po první a zvláště po druhé světové válce vznikají samostatné arabské státy, které se snaží budovat svou vlastní politickou a ekonomickou základnu, rozvíjet vlastní kulturu a vlastní školské systémy. Často se tak děje bouřlivě, s mnohými zvraty a chybami, ale s nepopíratelným pokrokem. Pro školství a vzdělání v arabských státech měla rozhodující vliv konference ministrů školství a ministrů pro ekonomické plánování arabských států v Tripoli 1966.

Na konferenci se projednávalo, jakým způsobem reformovat školské systémy, aby se pomohlo ekonomickému rozvoji jednotlivých států. Konference se usnesla, že důraz v moderním vzdělání arabských národů se položí na matematiku, na čistou a aplikovanou fyziku a na moderní řeči. UNESCO nabídlo pomoc v tomto úsilí a tak vznikl Matematický projekt UNESCO.

2. CÍLE MATEMATICKÉHO PROJEKTU UNESCO

Po diskusi vedoucích pracovníků projektu se zástupci arabských států byly stanoveny tyto cíle projektu:

a) vyškolit odborníky vyšší kvalifikace pro vyučování matematice, zvláště na školách, kde se připravují budoucí učitelé matematiky;
b) vyškolit specialisty — didaktiky matematiky pro vyšší odborné služby, např. pro ministerstva školství, pro ústavy pro další vzdělávání učitelů nebo pro školskou správu, kde mají pracovat jako inspektoři matematiky;
c) vypracovat nové učební osnovy, experimentální učebnice a komentáře pro učitele;
d) provést pokusné vyučování v několika vybraných pokusných školách nebo třídách a vyškolit pro toto vyučování učitele;
e) na základě pokusného vyučování provést konečnou revizi experimentálních učebnic a osnov a takto vyzkoušený materiál dát k dispozici ministerstvům školství arabských států.

3. ORGANIZACE PROJEKTU

Projekt probíhá v několika fázích. V roce 1967 byly ustaveny *národní studijní skupiny* asi v deseti arabských státech, které se přihlásily do projektu. Jejich členy byli učitelé matematiky universit a pedagogických fakult a odborníci ministerstev školství. Jejich úkolem bylo studovat zahraniční materiály týkající se nových směrů ve vyučování matematice, jako jsou zprávy a experimentální učebnice zahraničních pokusů, zprávy a usnesení význačných konferencí o modernizaci vyučování matematice a odborné časopisy propagující nové směry.

Kromě toho národní studijní skupiny provedly analýzu vyučování matematice ve svých státech a na základě těchto dílčích zpráv UNESCO vydalo v lednu 1969 publikaci *School Mathematics in Arab Countries*, kde se zhodnotila celková situace v arabských státech a navrhla některá opatření ke zlepšení.

Hodnocení uveřejněné v této brožuře se stalo základem jednání regionálního matematického semináře pořádaného UNESCem v Káhiře v březnu 1969. Semináře se zúčastnilo asi 100 zástupců z arabských států a několik pozvaných odborníků ze zahraničí. Předsedou semináře a současně vedoucím celého projektu byl jmenován UNESCem prof. HOWARD F. FEHR z Columbijské university, New York.

Na semináři se rozhodlo, že projekt se nejprve bude týkat pouze vyšší střední školy, ročníků 10 až 12, větve matematicko-fyzikální. Toto rozhodnutí, i když má některé negativní stránky, se učinilo proto, aby vysoké školy dostávaly v krátkém čase lépe připravené absolventy střední školy.

Na semináři se diskutovalo celkové pojetí vyučování matematice na střední škole. Sestavil se program osnov a vybrala se témata, jež měla být později zpracována v experimentálních učebnicích. Dále byl projednán způsob, jak psát experimentální učebnice, jak je ověřit ve vybraných experimentálních školách a jak připravit učitele pro pokusné vyučování.

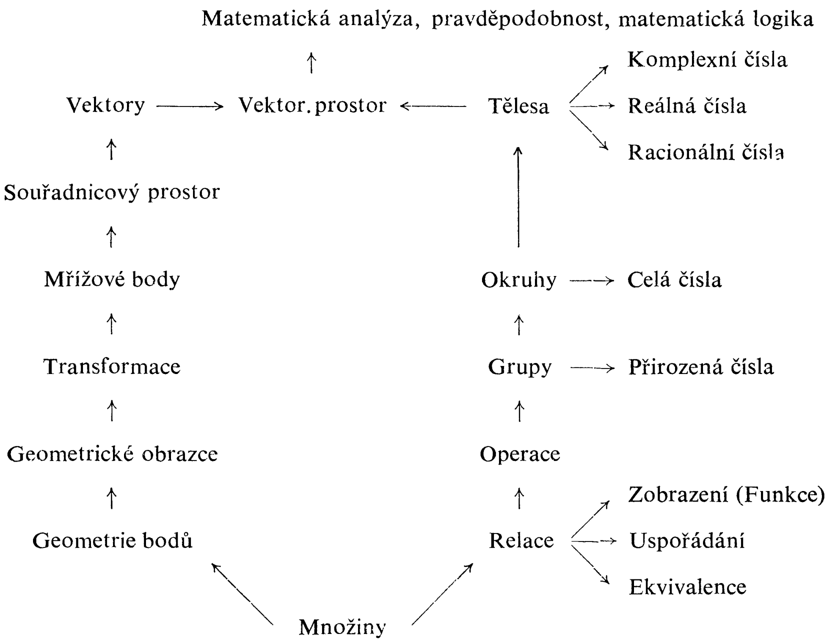
Z dalších otázek, které vzbudily živý zájem účastníků, byly např. arabská terminologie v matematice, ustavení arabské vědecké matematické společnosti, vydávání časopisu pro didaktiku matematiky a jiné.

Ve školním roce 1969/70 mezinárodní autorský kolektiv připravil experimentální učebnice s komentáři pro učitele pro ročníky 10 až 12. Podle osnovy předem vypracované prof. Fehrem každý z účastníků napsal kapitolu a na čtrnáctidenních sezeních v Bagdadu, Bejrútu a v Ammánu se provádělo sjednocení a revize jednotlivých učebnic. UNESCO vydalo na jaře 1970 první pokusnou učebnici pro 10. ročník a v létě provedlo v Damašku školení učitelů vybraných pro pokusné vyučování. V roce 1971 vychází učebnice pro 11. ročník a v r. 1972 má vyjít učebnice pro 12. ročník.

Po prozkoušení se učebnice zrevidují a konečné materiály vydá UNESCO v jazyce arabském, anglickém a francouzském. Ministerstva školství arabských států mohou pak materiály použít buď vcelku, nebo v úpravě, jak uznají za vhodné.

4. STRUKTURA POKUSNÝCH UČEBNÍCH OSNOV

Prof. Fehrem byl navržen diagram, který názorně ukazuje logickou strukturu učebních osnov vyšší střední školy.



Algebraické struktury

Každé vyučování i v elementární škole má začít množinami; zprvu jako studium souborů konkrétních předmětů, později jako studium matematických množin. Student studuje množiny a jejich vlastnosti a přichází k důležitým relacím, které existují v množinách; k uspořádání, k ekvivalenci a k zobrazení (neboli k funkci).

Po relacích student studuje operace, zvláště binární operace, kde k uspořádané dvojici čísel je přiřazeno jiné číslo. Operace mohou být s přirozenými čísly, ale také s konečným počtem objektů. Od začátku se spojuje studium čísel a jejich vlastností se studiem struktur. Neučí se však struktura napřed. Nejprve více konkrétních příkladů a potom teprve studium grup, okruhů a těles. Zavedení reálných čísel je obtížné. Doporučuje se zavést je axiomaticky. Rovnice a nerovnice se řeší v rámci struktur, které jsou pro daná čísla stanoveny.

Geometrické (topologické) struktury

Zde uvedu ve stručném znění projev prof. Fehra na přednášce v Bejrútu, kterou měl pro učitele matematiky škol pro palestinské uprchlíky. Zápis byl pořízen z magnetofonového pásku:

„Ve Spojených státech byla ve všech reformních pokusech kromě jednoho Euklidova syntetická geometrie z učebních osnov odstraněna. Syntetickou geometrií rozumíme množinu bodů, pro kterou určíme axiómy incidence, uspořádání, shodnosti a podobné základní axiómy. Neříkám, že bychom měli zcela odstranit syntetickou geometrii, ale stačí, učíme-li ji asi 6 týdnů, abychom dostali věty o rovnoběžnosti. To stačí, aby mládež porozuměla, co míníme syntetickou geometrií.

Doporučuji začít s konečnou geometrií, tj. např. s geometrií o sedmi bodech, a utvořit pro ni model, např. družstva o sedmi členech. Pro toto družstvo určíme strukturu v podobě pravidel. Např. vytvoříme skupiny tohoto družstva tak, že každá skupina má být tvořena třemi členy a že ne více než jeden člen může být společný kterýmkoliv dvěma skupinám. Tato geometrie má pouze sedm axiómů, a je tedy jednoduchá ve srovnání s devatenácti nebo i více axiómy Euklidovy geometrie. Nadto tato geometrie vede později k vektorovému prostoru, zatímco syntetická Euklidova geometrie vede do slepé uličky.

Máte-li jednou axiómy syntetické Euklidovy geometrie, nezbývá nic jiného než dokazovat věty tohoto systému. Nemůžete stavět nic vyššího nad ně. Jediná věc, kterou můžete učinit, je uvést neeuklidovské geometrie.

Jestliže tak vypadá situace, co můžete dělat kromě syntetické metody, jež vede k úsečkám, přímkám, rovinám atd.? Můžeme zavést geometrii transformací, tj. translaci, rotaci a souměrnost v rovině. Tyto transformace zachovávají vzdálenosti, jsou izometrické. Nyní můžete učit celou teorii shodnosti rychle a pohodlněji než syntetickou Euklidovou geometrií. Tato geometrie nevede do slepé uličky.

Třetí cesta, jak učit geometrii, je cesta, jež vede k souřadnicovému prostoru. Zavedeme nejprve dvě protínající se přímky a kótujeme je celými čísly. Každé uspořádané dvojici celých čísel odpovídá bod v rovině.

Když kótujeme tyto přímky reálnými čísly, dostáváme úplný souřadnicový prostor, tj. každému bodu v rovině odpovídá uspořádaná dvojice reálných čísel a každé uspořádané dvojici reálných čísel odpovídá bod v rovině. Zavedeme-li nyní kolmost a stejnou jednotku v obou směrech, dostáváme Euklidovu rovinu s metrikou, kde vzdálenost je dána Pythagorovou větou. V této souřadnicové geometrii můžeme studovat opět transformace a získat rovnice, které popisují tyto transformace. Souřadnicová geometrie má vztah také k syntetické geometrii, protože touto metodou můžete získat všechny věty syntetické geometrie.

Dalším typem geometrie, kterou máme studovat na střední škole, je vektorová geometrie. Můžeme zavést tuto geometrii pomocí translace roviny. Zavedeme pojem volného vektoru a pomocí skládání translací zavedeme sčítání vektorů. Nyní vezmeme-li všechny vektory se společným počátkem a zavedeme-li pro ně sčítání a násobení skalárem, dostáváme vektorový prostor.

Algebra a geometrie se sjednocují v pojmu vektorový prostor. Tento jednotící pojem je základem, na kterém stavíme moderní analýzu a pravděpodobnost.“

Potud prof. Fehr.

5. TÉMATA VYBRANÁ PRO POKUSNÉ UČEBNÍ OSNOVY

Regionální matematický seminář v Káhiře vybral pak témata, která mají být zpracována v učebnicích a pokusil se i vymezit jejich rozsah. Seminář však neurčil, jak mají být témata rozdělena do jednotlivých ročníků, ani jaké má být jejich uspořádání. To přenechal autorskému kolektivu.

Uvedu nyní stručný přehled vybraných témat.

I. Množiny, relace a funkce

Zde se uvádějí základní množinové pojmy, operace s množinami, algebra množin. Uspořádané dvojice, relace, kartézský součin, inverzní relace. Ekvivalentní relace. Rozklad množiny na třídy.

Funkce jako zvláštní případ relace. Různé druhy zobrazení. Operace s funkcemi.

Relace uspořádání.

Matematická indukce.

Mohutnost množiny. Potenční množina množiny A.

Množina P všech podmnožin dané množiny. Kombinatorika.

Posloupnosti reálných čísel. Posloupnost ohraničená. Supremum, infimum. Posloupnost rostoucí, klesající. Limita posloupnosti. Konvergentní posloupnosti. Aplikace na řady. Součet nekonečné řady.

II. Úvod do matematické logiky

Jména, pojmy, symboly. Věty. Výroky. Negace výroku. Složené výroky. Konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence výroků. Pravdivostní tabulky. Výrokové vzorce. Kvantifikátory. Nedefinované pojmy, axiómy, definice, věty.

Pojem modelu. Bezespornost a nezávislost systému axiómů.

III. Algebraické struktury

Poznámka. Algebraické struktury mají být studovány při vytváření číselných oborů tak, aby studentova předcházející znalost celých a racionálních čísel byla systematizována a upevněna. Kromě toho algebraické struktury mají být studovány ve vztahu ke geometrii. Různé pomůcky, jako např. tabulky operací a kruhová počítadla, se mají užívat, kdykoliv je to vhodné.

Operační (neboli matematické) systémy. Operace jako zobrazení z $S \times S$ do S. Operační systém $(S, *)$. Vlastnosti operací. Neutrální prvek. Inverzní prvek. Řešení rovnic v daném operačním systému.

Některé základní věty, jako např. jedinečnost neutrálního prvku.

Izomorfismus operačních systémů.

Grupa jako operační systém. Příklady: konečné systémy přirozených čísel $(Z_n, +)$. Permutace.

Inverzní operace v Abelově grupě. Podgrupa. Uspořádaná Abelova grupa.

Okruh. Polynomické a celé racionální funkce. Rozklad polynomů. Algebraické rovnice v různých číselných oborech. Dělitelnost polynomů.

Těleso. Příklady na konečná tělesa. Racionální čísla. Uspořádané těleso. Lineární nerovnosti.

Reálná čísla definovaná jako úplné uspořádané těleso.

Těleso komplexních čísel. Řešení algebraických rovnic.

IV. Geometrie a lineární algebra

Axiomatické studium rovinné geometrie. Axiómy a nedefinované pojmy. Euklidův axióm rovnoběžnosti. Projekce. Modely axiomatických systémů. Modely s konečným počtem bodů. Uspořádání na přímce. Konvexní útvary.

Transformace jako zobrazení. Reflexe. Izometrické zobrazení. Symetrie podle osy. Rotace jako složení dvou reflexí. Středová symetrie. Translace. Skládání dvou translací. Shodnost. Zvětšování (zmenšování). Podobnost.

Souřadnicový systém v rovině, v prostoru.

Matice. Operace s maticemi. Inverzní matice. Řešení systému lineárních rovnic pomocí matic. Aplikace na lineární programování s dvěma proměnnými.

Vektorová geometrie. Orientovaná úsečka, vektor v rovině. Souřadnice v trojrozměrném prostoru.

Vektorové a parametrické rovnice rovin a přímek v prostoru. Skalární a vektorový součin. Kolmost. Pythagorova věta.

Geometrická tělesa se studují pomocí trojrozměrného vektorového prostoru.

Goniometrické funkce reálného čísla. Některé věty. Goniometrická forma komplexního čísla. Spirální podobnost. Goniometrické rovnice.

V. Pravděpodobnost a statistika

Kurs statistiky včetně směrodatné odchylky, binomického a normálního zákona rozdělení a aplikace statistických metod. Statistika se studuje na množinovém základě v těsné souvislosti s pravděpodobností.

Kombinatorika. Princip násobení. Permutace. Počet podmnožin dané množiny. Binomická věta. Binomické koeficienty. Matematická indukce.

Pravděpodobnost v konečné množině. Množina jevů. Sjednocení, průnik a doplněk množin jevů. Disjunktní jevy. Pravděpodobnost jevu. Vlastnosti pravděpodobnosti jevu. Normální a binomické rozdělení. Diskrétní náhodné veličiny.

Pravděpodobnost v nekonečné množině. Poissonovo rozdělení. Pravděpodobnostní funkce. Kumulativní rozdělení. Statistické uvažování. Odhady.

VI. Analýza

Intervaly. Limita funkce. Spojitost funkce (s užitím pojmu okolí).

Derivace některých elementárních funkcí. Aplikace, zvláště pro aproximaci. Uvést, že množina všech spojitých funkcí tvoří vektorový prostor a derivace je lineární zobrazení.

Antiderivace (primitivní funkce).

Určitý integrál. Základní věty integrálního počtu. Aplikace určitého integrálu při výpočtu obsahů a objemů. Fyzikální aplikace.

Logaritmické a exponenciální funkce. Definovat funkci přirozeného logaritmu pomocí vzorce:

$$\ln x = \int_1^x \frac{\mathrm{d}t}{t}$$

a exponenciální funkci jako inverzní funkci k $\ln x$.

Příklady jednoduchých diferenciálních rovnic.

6. UČEBNICE

Uvedená témata byla později zpracována a rozdělena do jednotlivých ročníků autorským kolektivem, a to tak, že většina témat se vyskytuje ve dvou i ve třech ročnících. Obsah a rozsah témat postupně narůstá a rozšiřuje se. Např. relace a funkce a goniometrie jsou ve všech třech ročnících. Neustále se zdůrazňují vzájemné vztahy témat. Jakmile se prostuduje nové téma, ihned se využívá v následujících kapitolách, kdekoliv je to vhodné, např. hojně se užívá matic, vektorů, souřadnicového prostoru. Zdůrazňují se tedy tzv. vnitřní aplikace.

Reforma vyučování matematice se nemá týkat jen obsahu, ale také vyučovacích metod. Proto k učebnicím byly napsány komentáře pro učitele. K tomu v letních seminářích pro učitele pokusných škol byly diskutovány podrobně metody, jak postupovat podle pokusných učebnic. Zvláště se zdůrazňují metody učení, tj. jak žáci mají samostatně studovat podle těchto učebnic, ovšem pod vedením zkušených učitelů. Tento problém se však nedá vyřídit napsáním jakýchkoliv komentářů. Musí se čekat, zda se podaří prolomit tradiční arabskou školu, která je ještě mnoho zatížena drilem a pamětným učením. Na tyto obtíže ostatně narážíme i v naší škole.

7. ZÁVĚR

Popsal jsem Matematický projekt UNESCO podrobněji, a to ze dvou důvodů: za prvé proto, že jsem se tohoto projektu aktivně účastnil, což by ještě nemusel být důvod pro čtenáře, aby se tímto projektem zabýval, ale hlavně proto, že tento projekt těsně souvisí s moderním a široce založeným projektem Columbijské university v New Yorku. Ředitelem obou projektů je profesor H. F. Fehr, známý specialista reformního hnutí ve vyučování matematice. Columbijský projekt je veden širokým kolektivem, jehož členové jsou mezinárodně známé osobnosti, např. G. CHOQUET, J. H. HLAVATY, M. JORDAN, H. G. STEINER, M. H. STONE, A. W. TUCKER a další. Projekt UNESCO se opírá o projekt Columbijské university, a oba tedy sledují podobné cíle. Důraz se klade na sjednocení jednotlivých složek matematiky. Proto např. série pokusných učebnic Columbijského projektu se nazývá *Unified Modern Mathematics*. Doposud vyšly učebnice pro ročníky 7, 8, 9 a 10.

Velká pozornost se věnuje rozšiřování číselných oborů, jež se studují v rámci algebraických struktur. Celý kurs je v určitém smyslu širokým úvodem do studia matematické analýzy, což poskytuje mnoho možností k aplikacím v různých oborech. Studenti se mají dále seznámit zevrubně s metodami počtu pravděpodobnosti a se statistikou, což je opět zdrojem četných aplikací. Jak jsem již uvedl, syntetická geometrie byla redukována na minimum, zato však jiné geometrické partie získaly široké uplatnění.

Na konec ještě nutno zdůraznit, že se věnuje velká péče terminologii a hojnému užívání matematických symbolů.