

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Jozef Kelemen

O matematíke, kybernetike a umelej inteligencii

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 32 (1987), No. 2, 85--97

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/138725>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1987

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

ností. Otázka nyní zní: Jak zajistit v našich podmínkách harmonický rozvoj matematiky ve všech jejích důležitých odvětvích? I v takových, o jakých jsem právě hovořil. V algebře jsme patrně již ztratili kontakt se světovou vědou např. v teorii grup (nekomutativních). Možná, že opravdu existuje reálné nebezpečí, že nebudeme časem schopni udržet kontakt se světovým vývojem — třebaže i jen na pasívní úrovni — v některých dalších důležitých součástech matematické vědy. Pokusme se čelit tomuto nebezpečí zvýšenou pozorností k těmto otázkám — jako učitelé při přednáškách a seminářích, jako školitelé aspirantů i při vlastní vědecké práci. Uplynulých 40 let nás k tomu zavazuje, povzbuzuje a zároveň přesvědčuje o tom, že se dá vykonat velmi mnoho, když se chce.

Literatura

- [1] BERAN, L.: *Orthomodular Lattices (Algebraic Approach)*. Academia, Praha, 1984; P. Reidel Publishing Co., Dordrecht, Boston, Lancaster, 1985.
- [2] BICAN, L., KEPKA, T., NĚMEC, P.: *Rings, modules and preradicals*. M. Dekker, Inc., New York, 1982.
- [3] BORŮVKA, O.: *Grundlagen der Gruppoid- und Gruppentheorie*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1960.
- [4] DEMUTH, O., KUČERA, A.: *Remarks on constructive mathematical analysis*. Logic Colloquium '78 (Mons, 1978), pp. 81–129, Studies in Logic and Foundations of Math., 97, North-Holland, Amsterdam, 1979.
- [5] HÁJEK, P., HAVRÁNEK, T.: *Mechanizing Hypothesis Formation*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1978; Nauka, Moskva, 1983 (ruský překlad).
- [6] JEŽEK, J., KEPKA, T., NĚMEC, P.: *Distributive groupoids*. Rozpravy ČSAV 93/3, 1981.
- [7] JEŽEK, J., KEPKA, T.: *Medial groupoids*. Rozpravy ČSAV 93/3, 1983.
- [8] VOPĚNKA, P., HÁJEK, P.: *The Theory of Semisets*. Academia, Praha, 1972; North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1972.
- [9] VOPĚNKA, P.: *Mathematics in the Alternative Set Theory*. BSP B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1979; Mir, Moskva, 1983 (ruský překlad).

O matematice, kybernetice a umelej inteligencii

Rozhovor s prof. D. A. Pospelovom

Pripravil Jozef Kelemen, Bratislava

Profesor Dmitrij Alexandrovič Pospelov, doktor technických vied, je jedným z hlavných protagonistov výskumov v oblasti umelej inteligencie v Sovietskom zväze. Popri širokej a bohatej vedeckoodbornej, pedagogickej a vedeckoorganizačnej práci si nájde občas chvíľu aj pre rozhovory o tom, čo robí. S ochotou a veľmi pútavo rozpráva o vedných disciplinách, v ktorých pracoval, o ich rozvoji a o osobnostiach vedeckého diania, s ktorými

ho púťali či púťajú nite kolegiality alebo osobného priateľstva. Po minulé roky som mal možnosť byť mu v rozhovoroch na takéto témy spolubesedníkom. Boli to zaujímavé a pre mňa poučné chvíle, pod ktorých vplyvom vzkrsla myšlienka zachytiť aspoň časť obsahu našich rozhovorov v písomnej podobe. Text nasledujúcich úvah a rozpomienok začal vznikať počas bratislavského pobytu prof. Pospelova v Bázovom laboratóriu pre umelú inteligenciu pri ÚTK SAV v júni 1984 a bol dokončený počas môjho pobytu vo Výpočtovom centre AV ZSSR v Moskve v septembri a októbri toho istého roku.

1. otázka: *Dmitrij Alexandrovič, na základe kníh, ktorých ste autorom či spoluautorom, vzniká istý obraz o rozmanitosti vašej doterajšej vedeckej činnosti a o šírke vašich odborných záujmov. Bolo by však zaujímavé a možno pre mnohých i poučné dozvedieť sa niečo o motívoch, ktoré vás viedli od oblasti k oblastí. Zaujímalo by ma napríklad, či nachádzate dôvody častých zmien vo vlastnej povahe alebo v charaktere oblastí, v ktorých ste pracovali, alebo či sú vaše zájmové posuvy vyvolávané vonkajšími, trebárs organizačnými vplyvmi.*

Odpoveď: Postreh, že som počas svojej približne dvadsaťročnej vedeckej dráhy uprednostňoval raz tie, inokedy zasa iné profesionálne oblasti, je správny. Príčin bolo viacero, preto dovoľte, aby som o nich pohovoril trochu podrobnejšie.

Keď som v roku 1956 ukončil štúdium na Mechanicko-matematickej fakulte Moskovskej štátnej univerzity, robila kybernetika v ZSSR práve svoje prvé nesmelé kroky. Ja som sa vtedy zaoberal obvyklými matematickými problémami. Menovite som sa zaujímal o kvalitatívnu teóriu diferenciálnych rovníc. S touto problematikou súvisela aj téma mojej diplomovej práce. Treba však pripomenúť aj to, že už v tých časoch púťala môj záujem oblasť iná, matematike dosť vzdialená. Navštevoval som prednášky na Historicko-fakulte MŠU a dokonca moja prvá vedecká publikácia nebola z matematiky, ale pojednávala o datovaní jedného zo stredovekých mauzóleí skupiny Šach-i-Zind z čias Timura, ktorá je dodnes okrasou Samarkandu. Možno, že práve táto humanitná zložka mojej osobnosti bola príčinou častých zájmových posuvov a postupného odklonu od klasickej matematiky.

Po ukončení MŠU som začal prednášať matematiku na Moskovskom energetickom inštitúte budúcim špecialistom v oblasti automatizácie a výpočtovej techniky. V tomto prostredí som pochopil, že nie klasická matematika je to, čo títo odborníci najnaliehavejšie potrebujú. Oveľa dôležitejšími než diferenciálny a integrálny počet sa pre nich ukazovali byť oblasti ako matematická logika, teória algebraických modelov, matematická teória kódovania a tiež teória grafov. Teda pre matematikov tých čias všetko veľmi exotické oblasti. Dnes tvoria súčasť tzv. diskretnej matematiky, v ktorej pojem limity, bez ktorého je klasická matematika nemysliteľná, stráca svoj význam.

Začal som sa teda zaoberať touto pre mňa novou oblasťou. Predovšetkým teóriou konečných automatov, zrod ktorej prebiehal v ZSSR pred mojimi očami. Pri kolíske tejto teórie stál totiž pri C. Shannonovi sovietsky špecialista V. I. Gavrillov, ktorý začiatkom päťdesiatych rokov vytvoril teóriu reléovo-kontaktných schém – genetický základ súčasnej teórie automatov. Považujem za svoje osobné šťastie, že som rad rokov bol jedným spomedzi nadšencov, ktorých teraz začínajú nazývať členmi Gavrillovej školy. V období svojho vzniku bola skupina okolo Gavrillova v ZSSR unikátnym javom. Bol

to mimoriadne družný spolok ľudí pracujúcich v rôznych mestách. Raz či dva razy do roka sme sa schádzali a hodnotili nazhromaždené výsledky neberúc žiadny ohľad na osoby autorov. Kritiky bývali neľútostné a ušlo sa ich veru niekedy aj samotnému Gavrilovovi, a to aj od najmladších spomedzi nás. Osobne som sa v týchto časoch zaoberal problémom odrazu časových parametrov v logických opisoch diskretných procesov. Výsledky, týkajúce sa hlavne časových booleovských funkcií a rekurentných booleovských funkcií, sú zhrnuté v mojej prvej knihe [1], ktorá vyšla u nás už niekoľkokrát a bola preložená aj do nemčiny a bulharčiny. Tá časť výsledkov, ktorá sa dotýkala problematiky pravdepodobnostných modelov, bola publikovaná v dvoch ďalších knihách [3] a [4]. Z nich prvá bola preložená do španielčiny a poľštiny a druhá do poľštiny.

Spomenuté knihy vyšli v polovici šesťdesiatych rokov a ich vydanie akoby už signalizovalo môj prechod na inú tému. Postupne sa zvyšoval môj záujem o problémy, ktoré súviseli s organizáciou výpočtových procesov pre počítače. Bolo to možno vyvolané objektívnymi zmenami v názoroch na štruktúru a funkcie počítačov. Zatiaľčo sa asi do polovice šesťdesiatych rokov hľadalo na počítače ako na veľké aritmetre umožňujúce rýchlo spočítavať, začala postupne prevažovať mienka, že základné úlohy, ktoré by mali počítače riešiť, súvisia predovšetkým so spracúvaním symbolickej informácie. Táto skutočnosť dodala mimoriadnu aktuálnosť úlohe vytvoriť jednotný model počítačov napríklad v podobe Turingovho stroja alebo v iných podobách, čo sa týka „výpočtovej sily“ s ním ekvivalentných. Začal sa proces tvorby a výskumu nových modelov počítačov a nových podôb výpočtových procesov. Aktuálnymi sa postupne stávali paralelné výpočty a výpočty prebiehajúce v režime zdieľania času a pod. Namiesto tradičných modelov výpočtových zariadení v podobe konečných automatov sa započalo s výskumom homogénnych výpočtových zariadení alebo rozrastajúcich sa automatov. Prebiehalo skrátkaprehodnocovanie všetkého, čo charakterizovalo prvú etapu rozvoja kybernetiky. Situácia, ktorá vtedy vládla, našla do istej miery odraz v monografii [6], ktorá vyšla v roku 1972 a bola potom preložená do nemčiny.

Pokračovali však aj moje humanitné záujmy. V období, o ktorom hovorím, vznikla veľmi úzka spolupráca medzi mojou skupinou vo Výpočtovom centre AV ZSSR, kam som prešiel pracovať v roku 1968, a skupinou psychológov, zaujímajúcich sa o problematiku myslenia. Združovali sa okolo zaujímavej a výraznej osobnosti V. N. Puškina. Boli sme s ním v dlhodobom kontakte, diskutovali, uvažovali o možnostiach vytvoriť systémy, v ktorých by bola prekonaná obmedzená „inteligencia“ existujúcich počítačov. Táto spolupráca priviedla postupne až k napísaniu spoločnej knihy [5], ktorá bola preložená do češtiny. Ústrednou tézou tejto knihy je, že zariadenia pracujúce na báze formálnych systémov známych z logiky, nemôžu byť schopné imitovať všetky stránky ľudskej intelektuálnej aktivity. Aby sme sa k takémuto cieľu mohli priblížiť, je potrebný prechod na úroveň počítačovej imitácie vybudovanej na základe tzv. semiotických systémov. No a práve semiotické systémy sa stali načas mojím novým koníčkom.

Princípy počítačového modelovania semiotických systémov dali základ k aktivite, vďaka ktorej bola u nás v ZSSR v období približne 15 rokov vybudovaná nová oblasť – situačné riadenie rozsiahlych systémov. V rámci jej výskumov boli vypracované relačné jazyky, ktorým hovoríme *RX*-kódy, a jazyky tzv. sémantických refazcov. V ich podobe sa nám v celosvetovom meradle prvý raz podarilo realizovať mnohé z princípov, ktoré

sa neskôr vyskytli v návrhoch sémantických sietí, scenárov či rámcov — dnes v umelej inteligencii napospol populárnych prostriedkoch reprezentácie poznatkov v počítačoch. Výsledky sú zhrnuté v knihe [2], ktorú som napísal s kolegami V. N. Zacharovom a V. E. Chazackým a v knihe [7]. Prvá spomedzi týchto kníh bola preložená do nemčiny a češtiny.

Teraz je už asi zjavné, že cesta, ktorou som šiel, ma nemohla nepriviesť ku skúmaniu systémov intelektuálneho typu. Koncom 70. rokov som sa vcelku samozrejme preorientoval a snažil som sa byť aktívnym účastníkom takýchto výskumov. Spočiatku bolo počuť dosť skeptických poznámok na adresu nás, ktorí sme sa zapodievali natoľko „čudnými“ a neužitočnými záležitosťami. Tie časy sú však už za nami. Dnes sa umelá inteligencia u nás pokladá za jeden z centrálnych smerov kybernetických výskumov a najmä od nej sa očakávajú prekvapujúce a z praktického hľadiska mimoriadne dôležité výsledky. V mojej doteraz poslednej knihe [8], ktorá je však súčasne mojou prvou knihou určenou najširším čitateľským kruhom, som sa snažil priblížiť záujemcom hlavne tieto myšlienky*).

Nuž, zdá sa mi, že odpoveď sa trochu natiahla. Dúfam však, že vnáša trochu svetla do zákulisia premien mojich odborných záujmov, ktoré sa dnes znovu orientujú smerom ku psychológii. Konkrétne dnes upútava moju pozornosť problematika individuálneho a spoločenského správania budúcich intelektuálnych systémov. A znovu cítim to, čo v časoch našich prvých diskusií s V. N. Puškinom, keď sme sa snažili odhaliť, čo môže psychológia poskytnúť praxi vytvárania skutočných umelých intelektuálnych systémov. Žiaľ V. N. Puškin mi už nemôže poradiť.

2. otázka: *Pristavili ste sa pri niektorých míľnikoch vašej osobnej cesty vedou. Jej významná časť viedla oblasťou kybernetiky. Mohli by ste nám, pán profesor, trochu priblížiť okolnosti vzniku a začiatky rozvoja kybernetiky vo vašej vlasti?*

Odpoveď: Aktívna organizovaná vedecká práca v oblasti kybernetiky začala v ZSSR v prvej polovici päťdesiatych rokov. Najprv však bolo treba prekonať názor, že kybernetika je krátkodobý jav, ktorý nijako nemôže ovplyvniť rozvoj iných vedných disciplín. Táto mienka šla u nás ruka v ruke s nedoceňovaním úlohy výpočtovej techniky, a to dokonca napriek tomu, že v čase, o ktorom hovorím, už existovali u nás prvé počítače a práca v oblasti ich zdokonaľovania a konštrukcie nových úspešne napredovala.

V druhej polovici roku 1953 začal v Moskve svoju činnosť metodologický seminár o filozofických základoch prírodných vied. Na tomto seminári sa mali prvýkrát možnosť dôverne zblížiť odborníci z rôznych profesionálnych oblastí. Matematici, biológovia, inžinieri a lingvisti sa tu prvýkrát pokúsili pochopiť jeden druhého a zaujať všeobecné jednotiace pohľady na javy, ktoré sa zdali byť podobné. Hľadali také styčné body, v ktorých by bolo možné začať interdisciplinárne výskumy alebo obohatiť svoju oblasť výskumu o nové metódy či výsledky z iných oblastí. Dá sa povedať, že práve na tomto

*) V čase dohotovenia publikovanej verzie tohto textu bola poslednou knihou D. A. POSPELOVA (v spoluautorstve s V. I. VARŠAVSKÝM) kniha *Orkestr igrajet bez dirižjora* (Nauka, Moskva, 1984), v ktorej sú populárnou formou vyložené princípy fungovania distribuovaných systémov. (Pozn. J. K.)

seminári sa prvýraz začali skúmať problémy, ktoré boli vlastné kybernetike. V záplave iných problémov však ešte zďaleka nehrali ústrednú úlohu.

Na seminári, ktorý pracoval v roku 1955/56 na katedre numerických metód MŠU a nazýval sa *Seminár o otázkach spoločných kybernetike a filozofii*, si však práve kybernetické problémy získali dominujúce postavenie. V roku 1955 vyšiel vo štvrtom čísle časopisu *Voprosi filosofii* programový článok, ktorého autormi boli akademik S. L. Sobolev, významný odborník v oblasti matematickej fyziky a numerickej matematiky, ďalej vtedajší vedúci katedry numerickej matematiky MŠU profesor A. A. Ljapunov a pracovník spomenutej katedry a odborník v oblasti výpočtovej techniky, neskôr autor prvej sovietskej knihy o počítačoch a programovaní, A. I. Kitov. Tento článok zohral pri rozvoji kybernetiky v ZSSR obrovskú úlohu. Boli v ňom prvýkrát presne vymedzené metodologické pozície, vychádzajúc z ktorých sa u nás v ďalšom období prevádzali kybernetické výskumy. Po vyjdení tohto článku sa kybernetike akoby začalo zo strany špecialistov iných disciplín dostávať „oficiálneho“ uznania.

Nuž a od tohto momentu sa začína pole kybernetických výskumov prudko rozširovať. Na ich čele stál v tomto období Alexej Andrejevič Ljapunov, ktorý zohral kľúčovú úlohu pri konsolidácii svojho seminára na MŠU, kde sa stretávali špecialisti najrozličnejších disciplín a odborných profilov. A. A. Ljapunov, sám hlboko pohrúžený do problematiky biológie, zvlášť genetiky, a do problémov spätých s možnosťou automatizácie prekladu z jedného jazyka do druhého, aktívne podporoval všetkých, ktorí sa snažili vo svojej práci použiť kybernetické metódy. V roku 1956 začali Ljapunovov seminár na MŠU nazývať *Seminárom o kybernetike*. Bol vtedy centrom kybernetických výskumov v ZSSR a A. A. Ljapunov ho viedol neúnavne celé desaťročie, až do svojho odchodu do Novosibirska. Práca seminára pokračovala aj potom, tematicky sa však značne zúžila a redukovala sa na problematiku, ktorú zvykneme dnes zaraďovať do oblasti teórie automatov, teórie funkcií algebry logiky a do oblasti rozpoznávania obrazcov.

Z liahne Ljapunovovho seminára vyšli autori prvých rýdzo kyberneticky zameraných kníh, ktoré u nás vyšli. V roku 1958 to bola kniha *Signál* od I. A. Poletajeva, ktorá predstavovala originálny prístup ku výkladu kybernetiky, koncepcne v istých smeroch odlišný od postupu voleného Wienerom. M. G. Gaaze-Rapoport vydal v roku 1961 knihu *Automaty a živé organizmy*, ktorá svoju aktuálnosť nestratila dodnes. No a roku 1958 vyšiel prvý zväzok zborníka *Problémy kybernetiky*, obsahujúci príspevky z oblasti automatizácie programovania, výpočtovej lingvistiky a pojednania o všeobecných otázkach kybernetiky. V ďalších zväzkoch získali dôležité miesto aj príspevky z oblastí biokybernetiky, modelovania rozličných hier pomocou počítačov a z radu ďalších oblastí. Doteraz vyšlo vyše 40 zväzkov tohto dnes už medzinárodne uznávaného zborníka.

V období rokov 1957–58 sa s kybernetickými výskumami započalo aj mimo Moskvy, napríklad v Leningrade, Kyjeve, Tbilisi a aj v ďalších mestách ZSSR. Výskumy sa zintenzívnili natoľko, že postupne vyvstala nevyhnutnosť vytvorenia špecializovaného orgánu, ktorý by bol schopný koordinovať prácu a orientovať ju prakticky i odborne najzávažnejšími smermi. Takto došlo k vytvoreniu špecializovanej *Vedeckej rady pre komplexný problém „kybernetika“* pri Prezídiu AV ZSSR, ktorej ako prvý predsedal akademik A. I. Berg. Podmaňujúca osobnosť, kultúrnosť, odborná erudícia a skvelé organizačné schopnosti Axela Ivanoviča Berga boli pre mladú vednú oblasť mimoriadne užitočné.

S jeho pomocou začali vznikať prvé vedecké ústavy orientované špeciálne na problematiku kybernetiky. Prvým spomedzi nich bol Ústav kybernetiky v Tbilisi, vedený akademikom V. M. Čavčanidzem. Po ňom vznikol Ústav kybernetiky v Kyjeve, ktorý až do svojej smrti viedol akademik V. M. Gluškov. No a postupne vznikli ústavy kybernetiky aj v Taškente, Baku a v Minsku. V rade ďalších inštitúcií boli vytvorené špecializované laboratória a oddelenia. Od roku 1960 sa začali usporadúvať aj všezväzové sympóziá o kybernetike a početné konferencie a stretnutia, venované jej dielčím problémom a smerom. Pri ich organizovaní spravidla spolupracovala aj Vedecká rada pre kybernetiku. Možno povedať, že rokom 1960 bolo začiatkové štádium rozvoja kybernetiky v ZSSR zavŕšené.

3. otázka: *V odpovedi na prvú otázku ste uviedli, že vaše terajšie odborné záujmy sa týkajú predovšetkým oblasti umelej inteligencie. Medzinárodnej odbornej verejnosti ste tiež známy predovšetkým ako jeden z hlavných predstaviteľov sovietskej umelej inteligencie a ako jej neúnavný organizátor. Mohli by ste sa s nami podeliť o vaše názory na súčasnosť a budúcnosť tejto dnes tak atraktívnej a široko diskutovanej disciplíny v ZSSR, ale aj v širších kontextoch?*

Odpoveď: Spomínal som už, že sa spočiatku každá aktivita na poli umelej inteligencie posudzovala ako kratochvíľa pre mladých ľudí, ktorí nemajú alebo nevedia čo robiť so svojim talentom a vedomosťami. Tieto názory však nemali dlhú životnosť a výskumy v oblasti umelej inteligencie vstúpili do svojej novej etapy. Objavili sa aj prvé praktické výsledky, spomedzi ktorých spomeniem predovšetkým tzv. expertné systémy, o ktorých sa dnes hodne píše aj v laickej tlači či už u nás, alebo v zahraničí. Predsa sa však pokúsím aspoň na jednoduchom príklade vysvetliť, o čo pri expertných systémoch ide. Predstavte si, že prebieha zložitá chirurgická operácia a v istom okamihu vyvstane pred operujúcim lekárom problém, ktorý sám nie je schopný vyriešiť. Vtedy je dobré, keď sa s ním v operačnej sále nachádza špecialista, ktorý mu je schopný poradiť. Čo však robiť, keď tohto špecialistu v sále niet a niet ani technicky prijateľnej možnosti sa s ním nejako (napríklad telefonicky) spojiť? Čas letí v takýchto situáciách neúprosne rýchlo a rozhodnutie je treba urobiť, kým nie je neskoro! Nuž a práve v takejto situácii môže byť pre chirurga užitočný expertný systém, uchovávajúcí vo svojej pamäti obrovské množstvo najrôznorodjších poznatkov z príslušnej oblasti medicíny. Systém tohto druhu je schopný viesť s chirurgom dialóg – obdržiac od lekára opis situácie v odbornom jazyku medicíny je systém schopný vykonať nevyhnutné logické uzávery a vydať pre lekára nevyhnutné rady. Prítom sa predpokladá, že systém dokáže svoje rozhodnutia aj zdôvodniť, ak je o to požiadaný používateľom. Je azda zrejmé, že expertné systémy môžu byť užitočné aj v iných oblastiach, trebás pre archeológov či pre projektantov technických systémov, teda pre všetkých, ktorých práca ja závislá od rozsiahleho fondu poznatkov, ktorý je nazhromaždený v danej profesionálnej oblasti inými špecialistami.

Už k dnešnému dňu sú vytvorené stovky najrozmanitejších fungujúcich expertných systémov. V ZSSR je to napríklad systém MODIS, pomáhajúci lekárom zisťovať rozličné formy hypertonických ochorení, alebo v USA systém DENDRAL, ktorý je dnes neahraditeľným pomocníkom pri analýze a syntéze zlúčenín v organickej chémii.

Popri expertných systémoch, ktoré už vstupujú do nášho každodenného života, sa však približuje aj čas nástupu kognitívnych robotov, ktoré budú — na rozdiel od už existujúcich — vybavené aj prvkami inteligencie.

Nuž, ako vidíte, najcharakteristickejšou črtou dnešného stavu rozvitosti umelej inteligencie rovnako v mojej vlasti ako i v zahraničí sa stáva vznik výroby systémov založených na výsledkoch tejto disciplíny, ktorý nahrádza skoršie laboratórne pokusy.

Vysloviť sa však k otázke budúcnosti umelej inteligencie, to je vskutku neľahká úloha. Jej úspechy, ale aj problémy, s ktorými sa stretla, podnietili totiž početné výskumy aj v tak tradičných disciplínach ako lingvistika, psychológia, fyziológia, sociológia a mnohých ďalších. Podobne ako z lona kybernetiky vyšli mnohé disciplíny a dali tak popud ku vzniku nového hnutia vo vede, môžu výskumy systémov s umelým intelektom podnietiť čosi podobné. Dôkazom takejto tendencie sú napríklad početné ústavy, organizácie či odborné periodiká špecializované na túto problematiku

4. otázka: *Doposiaľ ste, Dmitrij Alexandrovič, hovorili o praktickej užitočnosti umelej inteligencie, o perspektívach jej rozvoja a možnom vplyve na iné disciplíny. Medzi odborníkmi je však dodnes možné badať istý nesúlad v názoroch na povahu umelej inteligencie, na metódy a ciele výskumov, ktoré sa v rámci nej prevádzajú. Preto by bolo zaujímavé dozvedieť sa vaše osobné stanovisko k týmto otázkam.*

Odpoveď: Otázka, ktorú ste mi položili, je vskutku zložitá. Domnievam sa, že dnes na ňu možno ťažko dať odpoveď, ktorá by bola všeobecne prijateľná. Napriek tomu dúfam, že keď teraz budem hovoriť o svojich osobných názoroch, vyjadrím tým aj mienku mnohých mojich kolegov, hlavne zo ZSSR.

Predovšetkým by som chcel rozptýliť jeden pretrvávajúci omyl a prehlásiť, že dnes už asi nikto zo špecialistov pracujúcich v oblasti umelej inteligencie neberie príliš vážne cieľ zopakovať to, čo vytvorila príroda — rekonštrukciu ľudského intelektu so všetkými jeho schopnosťami a osobitosťami. Má to celý rad príčin, spomedzi ktorých spomeniem predovšetkým úbohosť našich poznatkov o sebe. Napriek tomu, že už od čias delfského orákula poznáme heslo „človek, poznaj sám seba“, jeho aktuálnosť dodnes neklesla. Existuje však aj iná príčina — dnes sme už sotva náchylní považovať človeka za ideálne stelesnenie toho zámeru, ktorý sa snažíme v oblasti intelektuálnych systémov dosiahnuť.

Podívajme sa teda, čo je obsahom a cieľom výskumov v umelej inteligencii. Najstručnejšia odpoveď je azda takáto: vytvorenie umelých systémov, schopných vykonávať určité činnosti, ktoré podľa tradície predpokladajú ľudskú tvorivosť a vyžadujú isté intelektuálne úsilie. Všimnite si, že nehovorím o vykonávaní ľubovoľných tvorivých úloh, ktorých je každý normálny človek schopný, ale iba o tých, ktoré sa vzťahujú k istej danej a jasne vymedzenej oblasti problémov. Práve v tomto bode je najzrateľnejší obrovský a principiálny rozdiel, ktorý medzi umelým a ľudským intelektom existuje. Ostatne všetky schopnosti ľudského intelektu sme podľa môjho názoru ešte ďaleka nepostihli. Preto si dnes nikto nestavia za cieľ postaviť robot, ktorý by bol schopný konať vo všetkých ľudsky zvládnuteľných situáciách a riešiť všetky ľudské problémy. Realistickejším sa zdá druhý cieľ: zostrojiť robot, ktorý by bol po naplnení jeho pamäte poznatkami nevyhnutnými pre činnosť v danej oblasti problémov schopný riešiť istý ohraničený okruh problémov z tejto oblasti.

Keď si osvojíme takýto názor na ciele výskumov, ich obsah sa stotožní predovšetkým s výskumom prostriedkov reprezentácie poznatkov najrozmanitejšej povahy v pamätiach počítačov, s odhalením mechanizmov narábania s reprezentovanými poznatkami, s problematikou komunikácie medzi umelými systémami navzájom či s človekom a s cieľovo orientovaným (teda pre človeka prijateľným) chovaním umelých intelektuálnych systémov.

Pritom som však pevne presvedčený, že rozvoj umelej inteligencie prinesie úžitok aj tým oblastiam vedy, ktoré skúmajú človeka. Ani nachvíľu nepochybujem o tom, že naše výskumy prispejú svojim dielom k postupu vpred na ceste realizácie hesla z delfského orákula.

5. otázka: *Dovoľte zotrvať ešte trochu pri úvahách o vplyve umelej inteligencie na iné oblasti vedy. Všetci si uvedomujeme obrovský význam stanovenia vzťahu matematiky a logiky začiatkom nášho storočia pre utvorenie novodobej matematickej paradigmy. Nezdá sa vám, že zásluhou zostrojenia počítačov a výskumu výpočtov dochádza približne od polovice nášho storočia ku vzniku novej paradigmy výskumov? Že rozvoj výpočtovej techniky, výsledky matematickej informatiky a nové pohľady umelej inteligencie na poznatky a poznávanie nám akoby nasadzovali nové okuliare, cez ktoré máme možnosť uvidieť doposiaľ skrytú podobu sveta?*

Odpoveď: To, že dochádza k postupnej zmene pôvodnej matematickej paradigmy, je jasné. Samotná skutočnosť, že boli vytvorené odbory ako programovanie či reprezentácia poznatkov, nás prinútila zaoberať sa napríklad výskumom protirečivých logických systémov, logikou absurdity, zmiešanými výpočtami či neostrými množinami. Vo vyratúvaní príkladov by som mohol samozrejme pokračovať a na ich základe nadobúdam nevdojak dojem, že logika v podobe, v akej je považovaná za základný pilier matematiky, ustupuje akémusi novému systému názorov na také základné pojmy ako formalizácia problémov, spôsobov ich riešení či prostriedkov vyhodnocovania výsledkov.

Vďaka novej paradigme sme samozrejme už i k dnešnému dňu uvideli mnoho nového. Každá nová paradigma nevyhnutne privádza ku posuvu akcentov, ktoré samozrejme menia navyknutý obraz sveta. V prvom rade dochádza k zmenám v hodnotení dôležitosti tých alebo iných výskumov. Dnes je napríklad úplne očividné, že rýdzo lingvistické výskumy dialógových systémov schopných chápať zmysel textov v prirodzených jazykoch boli trochu preceňované. Na problém komunikácie vznikol úplne nový názor, v rámci ktorého sa vedú predtým nemysliteľné výskumy. Vytvárajú sa napríklad modely typu „text-skutočnosť“. A to je opäť len jeden z mnohých príkladov.

Vznikajú tiež úplne nové formulácie problémov, ktoré nemohli vyplynúť z podmienok diktovaných starou paradigmou. Príkladom môže slúžiť vznik matematických modelov činnosti vo funkcii základného prvku normatívnych modelov správania umelých systémov alebo eskalácia výskumu v oblasti nemonotónnych logík, púhy vznik ktorých by bol nepredstaviteľný v rámci klasického názoru na logické systémy.

Nakoniec by som ešte chcel pripomenúť vplyv, ktorý má umelá inteligencia na naše predstavy o výpočtoch a o architektúre počítačov. Pred začiatkom výskumov v oblasti umelej inteligencie si sotva mohol niekto predstaviť riešenie problému rozpoznávania prvkov dvoch či viacerých tried v tej podobe, ktorá bola realizovaná perceptrónom. Idea

perceptrónu však nemala podstatnejší vplyv na architektúru počítačov. Dnes však v umelej inteligencii vznikajú a sú dokonca i prakticky realizované myšlienky, ktoré takýto vplyv majú. Uvediem iba jediný príklad. Pri riešení niektorých problémov z oblasti teórie grafov sa špecialisti stretávajú s neprijateľne prudkým, exponenciálnym nárastom zložitosti. Je tomu tak napríklad pri stanovovaní izomorfizmu grafov. Možno exaktne dokázať, že takýto prudký nárast zložitosti je z istých pragmatických príčin, o ktorých sa snáď nemusím podrobnejšie zmieňovať, neprípustný. Stáva sa však, že pri takýchto konštatovaniach zabúdame niekedy na to, že dôkazy tvrdení o zložitostiach nemajú akúsi absolútnu platnosť, ale že sa vzťahujú iba k istému prijatému modelu výpočtového zariadenia. Možné sú však aj iné modely, ktorých použitie nemusí nutne privádzať k rovnakej zložitosti. V prípade jedného takéhoto modelu, orientovaného špeciálne na riešenie úloh z oblasti teórie grafov, sa topológia výpočtového zariadenia vytvára tak, aby bolo možné umiestňovať grafy v zariadení istým prirodzeným spôsobom. Pri tomto umiestňovaní sa vrcholy grafu stotožnia s elementárnymi výpočtami zariadenia a hrany s kanálmi medzi týmito výpočtami. Súbor operácií s elementárnymi výpočtami obsahuje také exotické operácie ako „vyslať určitý znak do určitého kanálu, ktorý je incidentný s daným výpočtom (alebo do všetkých takýchto kanálov)“, „spracovať informáciu z jedného kanálu, incidentného s daným výpočtom (alebo zo všetkých takýchto kanálov)“, „prerušiť priebeh jedného zo susedných výpočtov (alebo všetkých výpočtov v istej časti výpočtového zariadenia)“ a pod. Možno dokázať – urobil to P. S. Sapatyj*) –, že v podmienkach takto organizovaného výpočtového zariadenia sa zložitost' všetkých doteraz známych problémov z teórie grafov podstatne znižuje. Konkrétne v prípade zisťovania izomorfizmu dvoch grafov sa zníži na polynomiálnu. Nakoniec len pripomínam, že myšlienka takejto architektúry výpočtového zariadenia vznikla v oblasti umelej inteligencie.

6. otázka: *Na začiatku nášho rozhovoru ste spomenuli semiotické systémy. To je jeden z pojmov, ktoré sa vo svetovej literatúre spájajú s vaším menom. Ďalším sú pseudofyzické logiky. V oboch prípadoch prekračujete hranice klasickej paradigmy, o ktorej ste práve hovorili. Mohli by ste v náväznosti na vašu predchádzajúcu odpoveď porovnať význam týchto pojmov s významom všeobecne známych pojmov formálny systém a klasická formálna logika?*

Odpoveď: Samozrejme, veľmi rád. Ako je známe, klasický formálny systém je obvykle definovaný štyrmi množinami: množinou bazových elementov, súborom syntaktických pravidiel, predpisujúcich spôsob tvorby nových elementov z bazových, ďalej súborom axióm a nakoniec množinou odvodzovacích pravidiel. Od okamihu keď takýmto spôsobom zadáme nejaký formálny systém, mení sa tento systém na automatický generátor formúl utvorených správne v zmysle syntaktických pravidiel. Odvodzovacie pravidlá generujú z axióm istú podmnožinu (spočítateľnej) množiny správne utvorených formúl, prvkom ktorej sa zvykne hovoriť odvoditeľné či dokázateľné formuly. Z nášho hľadiska je dôležité to, že všetky štyri zložky ostávajú v procese fungovania formálneho systému nemenné.

*) P. S. SAPATYJ: *Aktivnoe informacionnoje pole kak model' strukturnogo rešenija zadač na grafach i setjach*. Techničeskaja kibernetika No. 5, 1984 (pozn. J. K.).

Pri definícii semiotického systému je potrebné spolu s formálnym systémom zadať ešte ďalšie štyri množiny: množinu pravidiel zmien množiny básových elementov formálneho systému, množinu pravidiel zmien syntaktických pravidiel, množinu pravidiel, podľa ktorých sa mení množina axióm formálneho systému, no a nakoniec množinu pravidiel, podľa ktorých sa budú meniť odvodzovacie pravidlá. Zvláštnosťou všetkých spomenutých doplnkových pravidiel pritom je, že nadobúdajú platnosť iba pri splnení istých podmienok, s ktorými sú asociované. Pri formulácii týchto podmienok vystupujú v úlohe parametrov také premenné, ktoré sa v príslušnom formálnom systéme nevyskytujú. Je jasné, že použitie hociktorého doplnkového pravidla mení existujúci formálny systém. Takýmto spôsobom teda predstavuje semiotický systém celú sústavu formálnych systémov, prechody medzi ktorými sa uskutočňujú iba pri splnení istých podmienok. Známy Kripkeho model možných svetov sa takto napríklad stáva istým špeciálnym prípadom semiotického systému, a to akonáhle opatríme operáciu „umiestenia“, ktorou sa pri ňom operuje, podmienkami jej aktualizácie.

Ako je to so vzťahom klasických a pseudofyzických logík. Existuje medzi nimi mnoho rozdielov, ktorých súbor udáva principiálny rozdiel medzi týmito dvoma formálnymi systémami. Spomením aspoň niektoré z nich.

V prípade obvyklých logických formalizmov berieme ako samozrejmosť, že formuly odvodené v istom kroku odvodzovania ostávajú odvoditeľné aj po vykonaní ďalších odvodzovacích krokov a po odvodení ďalších formúl. Nijako nezávisia od toho, aké ďalšie formuly budú ešte odvodené. V prípade pseudofyzických logík tomu tak nie je. Novoodvodené formuly môžu tu z množiny už odvodených formúl niektoré jej prvky vylúčiť (tejto vlastnosti sa hovorí nemonotónnosť logík). Novoodvodená formula môže trebárs obsahovať informáciu o zmene množiny axióm. Prakticky je takýto formalizmus potrebný napríklad pri plánovaní činnosti kognitívneho robota. Ak v nejakej situácii robot videl, že môže prejsť v danom smere tristo metrov a že svojím manipulátorom môže otočiť o 90° vľavo, to vôbec neznamená, že môže napredovať súčasne s otáčaním manipulátora. Ak by vďaka svojej logike dospel k takémuto prenáhlenému uzáveru, mohol by napríklad poškodiť manipulátor alebo okolie, v ktorom sa pohybuje. Tento príklad prakticky ilustruje situáciu, že z odvoditeľnosti dvoch formúl nemusí nutne vyplývať aj odvoditeľnosť ich konjunkcie.

Druhou zvláštnosťou pseudofyzických logík je, že pracujú s istými tzv. škálami metriky alebo usporiadania. Všetky formuly v týchto logikách sú usporiadané pomocou týchto škál a pri odvodzovaní musí byť usporiadanie braté v úvahu. Príkladom môže byť logika práva, trestného zákonníka. V tomto prípade existujú aspoň dve škály — škála závažnosti trestného činu a škála prísneosti postihu. Medzi nimi je vzťah priamej závislosti — čím je trestný čin závažnejší, tým prisnejší (rozhodne nikdy nie tým ľahší) býva trest. Druhým príkladom môže byť logika času. V tomto prípade sa všetky udalosti umiestňujú na určitej časovej škále a všetky odvodzovania sa dejú v zhode s umiestnením príslušných udalostí na tejto škále.

Okrem toho sa v pseudofyzických logikách často používajú „neostré“ kvantifikátory, vyjadrujúce skutočnosti ako „mnoho“, „málo“, „často“, „blízko“, „niekedy“ a podobné. Ich formalizácia privádza opäť k zavádzaniu univerzálnych škál, na ktoré sa premietajú výpovede typu „v lese je mnoho mravcov a v ZOO je mnoho slonov“ Na nich sa

potom prevádza „vyvažovanie“ významu takýchto a podobných výpovedí. V tomto bode sa do istej miery zblížujú procedúry charakteristické pre pseudofyzické logiky s niektorými procedúrami plauzibilného uvažovania v zmysle, v akom sa nimi zaoberal G. Pólya.

7. otázka: *Na začiatku nášho rozhovoru ste, Dmitrij Alexandrovič, hovorili o začiatkoch kybernetických výskumov v ZSSR a odvtedy sa zaoberáme problematikou umelej inteligencie. Mohli by ste teraz, na záver nášho rozhovoru, načrtnúť aspoň v hrubých kontúrach prvé obdobie jej rozvoja u vás?*

Odpoveď: Je ťažké určiť nejakú presnú hranicu pre výskumy, ktoré dnes zaraďujeme do oblasti umelej inteligencie. Už v prvej polovici päťdesiatych rokov, teda na úsvite kybernetických výskumov v ZSSR, boli v plnom prúde práce v oblasti chápania prirodzených jazykov alebo pokusy s počítačovým modelovaním niektorých hier. Oveľa skôr, než dostal u nás termín „umelá inteligencia“ oficiálne právo na existenciu, jestvovali už kolektívy vedené napríklad M. M. Bongardom, M. L. Cetlinom či V. N. Puškinom, medzi profesionálnymi záujmami ktorých boli problémy modelovania správania sa či štruktúrovania poznatkov v priebehu heuristických postupov riešenia problémov. Azda práve tu by bolo možné úspešne hľadať začiatky organizovaných výskumov.

Na začiatku šesťdesiatych rokov zohral významnú úlohu *seminár z psychoniky*, ktorý som mal to šťastie viesť. Boli na ňom položené základy modelovej teórie myslenia, ktorú v nasledujúcom období rozvinuli V. N. Puškin a jeho žiaci. Základy tejto teórie sú, ako som o tom už hovoril, obsiahnuté v našej spoločnej knižke s Puškinom. Hovoril som už aj o tom, že táto teória bola v aplikačnej rovine použitá za základ metódy tzv. situačného riadenia rozsiahlych systémov. Potom sa rozrástla do teórie semiotického modelovania a lingvistickologických modelov cieľovoorientovaného riadenia. Príslušné knihy, ktoré sa dotýkajú týchto oblastí, som už tiež spomínal. Čo však vcelku rád pripomínam ešte raz je, že v rámci týchto prác sme sa začali zaoberať problematikou jazykových prostriedkov reprezentácie poznatkov založených na štruktúrach, ktoré boli neskôr nazvané rámcami či sémantickými sieťami, o čosi skôr než naši kolegovia v USA či v západnej Európe.

V prvej polovici šesťdesiatych rokov boli členmi Bongardovej školy zavŕšené fundamentálne výskumy v oblasti zákonitosti a štruktúry induktívneho usudzovania a v oblasti poznávania. K týmto problémom sa vzťahuje Bongardova kniha *Problém poznávania* (Moskva, 1967). Po tragickej smrti M. M. Bongarda v horách sa jeho skupina usilovala ďalej o rozvoj započatého smeru výskumu a podarilo sa im postupne vybudovať jednu asociatívnu teóriu učenia.

Problematikou učenia a rozpoznávania sa v tomto období začali zapodievať aj iné kolektívy. Predovšetkým treba spomenúť moskovskú skupinu, zgrupovanú okolo M. A. Ajzermana; ich výsledky sú zhrnuté v knihe Ajzermana a kolektívu *Metóda potenciálových funkcií v teórii učiacich sa strojov* (Moskva, 1970). Ďalej kolektív, ktorý viedol A. A. Ljapunov po svojom prechode z Moskvy do Novosibirska.

Celkom osobitú úlohu pri rozvoji oblasti rozpoznávania a učenia zohralo „neviditeľné spoločenstvo“ špecialistov z rôznych miest ZSSR, ktorého centrálnou postavou bol M. L. Cetlin. Cetlin bol mnohostranný špecialista, a to fyzik, matematik, inžinier. Na

profesionálnej úrovni sa však zaoberal aj biológiou a medicínou. Touto skupinou bola vypracovaná originálna koncepcia modelu kolektívneho správania, ktorá sa v širokej miere uplatnila v technike aj v modeloch rôznych biologických objektov. Vďaka neúnavnej práci členov tohto kolektívu, ktorá pokračovala aj po Cetlinovej smrti, dostáva sa dnes tejto koncepcii celosvetového uznania. Priekopnícke práce samotného Cetlina boli vydané posmrtno v r. 1969 pod súborným názvom *Výskumy v teórii automatov a v modelovaní biologických systémov*.

Neslobodno zabudnúť ani na kolektív špecialistov pracujúci pod vedením akademika N. M. Amosova v Ústave kybernetiky Ukrajinskej AV v Kyjeve. Jeho členovia aktívne rozvíjali myšlienku modelovania intelektu prostredníctvom sietí umelých neurónov, resp. cestou šírenia vzruchov a útlmov v týchto sieťach. Experimentálne roboty-vozíky, ktoré boli v Kyjeve skonštruované, mali podstatný vplyv na rozvoj výskumov v oblasti kognitívnych robotov u nás. Výsledky tejto skupiny sú sprístupnené v knihe Amosova a kolektívu *Automaty a rozumné správanie* (Kyjev, 1973).

Udomácnenie pojmu umelá inteligencia u nás a začiatok organizovania prvých vedeckých podujatí venovaných tejto problematike spadá na začiatok sedemdesiatych rokov. V roku 1973 bola pri Prezídium AV ZSSR vytvorená *Vedecká rada pre komplexný problém „umelá inteligencia“*, v ktorej čele stojí môj menovec, akademik G. S. Pospelov*). Rada združuje špecialistov pracujúcich v rôznych končinách našej krajiny a koordinuje prácu v rámci šiestich všeobecných projektov, ktoré sa vzťahujú k najdôležitejším smerom rozvoja umelej inteligencie.

V rámci projektu DIALÓG, ktorý vedie akademik A. P. Jeršov, sa riešia otázky späté s chápaním prirodzeného jazyka. Projekt SITUÁCIA, ktorý vediem ja, koordinuje výskumy v oblasti reprezentácie poznatkov a aplikácií logík v intelektuálnych systémoch. Projekt BANK, vedený L. T. Kuzinom, je zameraný na vytvorenie efektívnych báz poznatkov a prostriedkov práce s nimi. Podstatu projektu INTELEKT ROBOTA tvoria problémy konštrukcie kognitívnych robotov. Vedúcim je O. U. Ochocimskij. Ústrednou témou projektu KONSTRUKTOR, vedeného A. I. Polovinkinom, sú výskumy intelektualizácie automatizovaných projekčných činností a otázky automatizácie vedeckého výskumu. Nakoniec v najmladšom projekte EXPERT sa študujú problémy späté s konštrukciou expertných systémov. Spomenuté projekty jednak aktualizovali výskumy v ZSSR a nepochybne prispeli k ich masovosti, a tým i ku kvalite dosiahnutých výsledkov. Keď sme v roku 1975 organizovali v Tbilisi štvrtú *Medzinárodnú konferenciu o umelej inteligencii (IJCAI)***, dokázali sme tým nielen svoje vedecko-organizačné schopnosti, ale aj to, že sme sa dostali na prvé línie, i pokiaľ ide o kvalitu dosahovaných výsledkov. Azda preto možno považovať práve rok 1975 za koniec začiatkovej etapy rozvoja umelej inteligencie v ZSSR.

Ďakujem za rozhovor.

*) Všetky nasledujúce údaje o organizovaní výskumu boli aktuálne ku koncu roku 1984. (Pozn. J. K.)

***) Svoje dojmy z tejto konferencie priblížil čitateľom Pokrokov P. ŠTĚPÁNEK v PMFA XXII (1977), str. 28–39. (Pozn. J. K.)

- [1] *Logičeskije metody analiza i sinteza schem* (3. vyd.). Moskva, Energija, 1974.
 - [2] *Sistemy upravlenija. Zadanija, Projektirovanije, Realizacija*. Mskva, Energija, 1977.
 - [3] *Igry i avtomaty*. Moskva, Energija, 1966.
 - [4] *Verojatnostnyje avtomaty*. Moskva, Energija, 1970.
 - [5] *Myšlenije i avtomaty*. Moskva, Sovetskoje radio, 1972.
 - [6] *Vvedenije v teoriju vyčislitel'nych sistem*. Moskva, Sovetskoje radio, 1972.
 - [7] *Logiko-lingvističeskije modeli v sistemach upravlenija*. Moskva, Energoizdat, 1981.
 - [8] *Fantazija ili nauka? Na puti k iskusstvennomu intellektu*. Moskva, Nauka, 1982.
-

diskuse

VRAŤTE DO ŠKOL GEOMETRII

Remesh Kapadia, Londýn

Úvod

Nedávno mi jeden kolega řekl, že studenti dnes už nevědí, co je věta a co je důkaz. Stěžoval si, že to bylo zaviněno odstraněním eukleidovské geometrie ze školních osnov. Cynik sice může namítnout, že studenti stejně nikdy nevěděli, co je důkaz, ale rozhodně je pravda, že eukleidovská geometrie v současnosti hraje poměrně podřadnou roli ve většině škol. Tento trend nadšeně obhajovalo mnoho prominentních matematiků, nejvýmluvněji snad Jean Dieudonné, který prohlašoval „Pryč s Eukleidem!“ Podle jeho názoru Eukleides nezapadá do integrovaného přístupu k čisté matematice. Nedávno však o tom vyjádřili své pochybnosti takoví matematici jako René Thom a Michael Atiyah. Tento článek předkládá různá

stanoviska v naději, že podnítí diskusi a pomůže při řešení problému.

Každý patrně ví o velkých změnách, které se projevily v osnovách školské matematiky. Hlavním záměrem bylo změnit a modernizovat obsah výuky, minimální pozornost byla věnována vyučovacím metodám, ačkoliv občas se citovaly výzkumné práce určitých psychologů. Z aritmetiky a algebry byly odstraněny některé jednotvárné a složité manipulace; byl přijat jednotnější integrovaný přístup, založený na teorii množin a na pojmu funkce. Nová témata zahrnovala množiny, logiku, relace, funkce, lineární programování, pravděpodobnost a statistiku. Eukleidovská geometrie byla nahrazena geometrií transformací. Uvědomme si, že geometrie byla po více než sto let hlavním zdrojem starostí v matematickém vzdělávání a že stále vyvolává spory.

Geometrie

V 19. století existovalo mnoho důvodů pro rozvoj vyučování matematice ve školách — průmyslová revoluce, počátky tovární výroby, vliv univerzit, vzrůstající důraz na vzdělávání; přitom posledním, i když ne zanedbatelným důvodem, byly války a z nich plynoucí podněty. Matematika byla shledána jako užitečný předmět

REMESH KAPADIA: *Bring back geometry*. The Mathematical Intelligencer, vol. 7, No 2., 1985, Springer-Verlag New York. Přeložila HANA RÍPKOVÁ.

© 1985 Springer-Verlag New York