Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

František Kuřina

Některé otázky vyučování geometrii pro 12-15leté žáky

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 20 (1975), No. 3, 161--164

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/139869`

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1975

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* `http://project.dml.cz`

vyučování

Některé otázky vyučování geometrii pro 12—15leté žáky

František Kuřina, Hradec Králové

V roce 1966 formuloval J. Vyšín v článku [1] *Jaká je budoucnost školské geometrie* otázku: Máme se pokusit zachránit vrak eukleidovské geometrie, který se potácí na rozbouřeném moři školské matematiky, nebo se máme snažit tento vrak opustit?

Připomeňme v této souvislosti několik názorů.

A. Revuz odpovídá v práci [2] na otázku, zda má dnes smysl uvažovat o geometrii jako o samostatné části matematiky, zcela jednoznačně: Jako matematik bych odpověděl ne; na otázku, zda musíme geometrii učit, bych však odpověděl ano.

H. Freudenthal dochází ve stati [3] k závěrům: geometrii lze zachránit jako oblast aktivity žáka. Geometrie jako hotová disciplína je mrtva.

Z. Krygowska formuluje ve sborníku [4] tezi: geometrie musí být vysvobozena ze svěrací kazajky „splendid isolation" a dovedena na cestu, která vede od studia prostoru k základním matematickým strukturám.

R. Thom zdůraznil v referátu na konferenci v Exeteru [5], že vyloučením geometrie ze školy bychom ztratili nevyčerpatelnou zásobárnu úloh a ideální základ pro tvořivou činnost. Tuto ztrátu nelze vyvážit studiem základních matematických struktur.

Z citovaného sborníku Unesca připomeňme ještě jednu důležitou zásadu. Otázku rekonstrukce vyučování matematice na střední škole musíme spojovat s koncepcí vzdělávání učitelů matematiky. Z hlediska geometrie jde např. o to, aby budoucí učitel poznal význam různých geometrických přístupů ke studiu prostoru.

Vzhledem k citovaným pramenům a vzhledem k vlastním zkušenostem přijímám tezi, že vyučování matematice na základní škole má obsahovat složku, která se tradičně nazývá geometrií.

Jakou geometrii máme na základní škole učit?

Předem se zdá být jasné, že to nebude geometrie věrná tradicím 19. století, kterou lze výstižně charakterizovat cílem blížit se asymptoticky větě, že každý bod roviny je nějakým zvláštním bodem trojúhelníka. Nebude to patrně ani geometrie v bourbakistickém pojetí, kdy má žák s gustem prodat pravítko a kružítko a ponořit se do studia majestátu struktury.

Z hlediska axiomatické výstavby lze vyučování geometrii založit různě. Připomeňme jen několik možností. Klasické pojetí Hilbertovo je patrně málo vhodné z didaktických důvodů. Jeho protipólem je chápání geometrie jako lineární algebry, jak je vyložil např. Dieudonné v knize [6], vydané poprvé v roce 1964. Kompromis mezi konstrukcí eukleidovské geometrie v Hilbertově pojetí a holou axiomatikou lineární algebry realizoval G. Choquet v knize [7]. Transformační pojetí geometrie založené na „přímém" studiu izometrií uvádí F. Bachmann v monografii [8]. O některých dalších přístupech ke geometrii se zmiňuje J. Vyšín v článku [1]. Mimoto se v současné době stále více uplatňuje „topologická cesta" v eukleidovské geometrii.

Jsem přesvědčen, že v uvažovaném věkovém stupni 12—15 let však není vhodné seznamovat žáky s axiomatikou geometrie, a to ze dvou důvodů. Předně je psychologicky přirozenější, aby žáci poznávali nové poznatky, než aby pořádali do systému poznatky intuitivně zřejmé. Axiomatické budování jakékoliv disciplíny je i při sebelepším didaktickém zpracování dosti náročné na stupeň vyspělosti žáka, např. v deduktivním uvažování, a má obyčejně dosti daleko ke studiu aplikací příslušné teorie.

Bylo by tedy účelné stanovit vyučovací cíle, které bychom chtěli v geometrii na základní škole dosahovat, a cestu k nim volit podle metodických zřetelů.

Navrhuji jako hypotézu tento okruh vyučovacích cílů geometrického vzdělání žáka základní školy.

1. Zvládnutí základního učiva o geometrických útvarech v rovině a v prostoru.

Zde mám na mysli hlavně soubor znalostí a dovedností potřebných pro budování představ o prostoru, pro praxi a ostatní předměty. Tento cíl patrně vyučování geometrii na základní škole vždy mělo.

2. Osvojení základních poznatků o geometrických zobrazeních. Od roku 1912 se uplatňuje ve školním vyučování tzv. transformační pojetí geometrie, založené na Kleinově definici geometrie jako teorii invariantů jisté grupy zobrazení. Předností tohoto pojetí je bezesporu narušení statického chápání geometrie. V novější době našly Kleinovy ideje vyjádření v tzv. pojetí souměrnostním (viz [8]). Protože mnohé z idejí transformačního pojetí se vyskytují i v nematematických disciplínách, považuji za důležitý vyučovací cíl pro uvažovaný věkový stupeň propedeutiku pojmu grupa.

3. Uvedení žáků do tvořivého myšlení.

Geometrické úlohy a problémy skýtají řadu příležitostí pro originální řešení, která jsou mnohem cennější než pouhá převedení úlohy na rutinní algoritmus.

4. Seznámení žáků s deduktivním uvažováním.

Snaha pro přiblížení vyučování matematiky matematice-vědě vedla v minulosti často k tomu, že učebnice se blížily formou stylu „definice, věta, důkaz“. To pak vedlo v praxi buď k formalismu, nebo k přehlížení deduktivní stránky vyučování matematice. Měli bychom vést žáky k tomu, aby na vhodném materiálu organizovali své poznatky. Výsledkem je jednak snaha po vymezení pojmů, se kterými se setkávají, jednak snaha po zdůvodňování tvrzení. Vhodnými úlohami můžeme navozovat selhání intuice a postupně přesvědčovat žáka o nutnosti lokálně deduktivního uspořádání poznatků. Vyučování by mělo být vedeno tak, aby význam deduktivních úvah jako kritéria správnosti nalezeného výsledku byl zcela přesvědčivý. K otázce koncepce prvků matematické logiky na základní škole jsem vypracoval studii [9].

5. Vytváření jednotného pohledu na matematiku.

Prvá příležitost k uplatnění aritmetiky v geometrii se naskýtá při zavádění velikosti úsečky. Kontakt aritmetiky a geometrie by však měl být mnohem všestrannější. Od samého začátku by se měla systematicky pěstovat geometrická znázornění v aritmetice a v algebře. Obě tradiční složky matematiky by se tak vhodně doplňovaly při řešení úloh. Zavedení souřadnic je pak zcela přirozené a souřadnice by měly být systematicky využívány. Hlavní pouto geometrie s ostatní matematikou spočívá na skutečnosti, že pojmy množina a relace jsou základními pojmy celé matematiky.

Vyučovacích cílů, jak jsem je formuloval výše, není samozřejmě možno dosáhnout jen pomocí geometrie. Geometrie však může přispívat k jejich splnění značnou měrou.

Na jakém materiálu lze splnění vytčených vyučovacích cílů dosahovat?

Odpověď na tuto otázku formuluji jako další hypotézu.

Systém tematických celků geometrie se má skládat z těchto částí.

1. Soubor vlastností prostorových a rovinných útvarů potřebných pro praxi.

2. Pojem vzdálenosti dvou bodů a vzdálenosti dvou množin.

3. Míra úsečky, úhlu, obrazce a tělesa.

4. Pojem zobrazení a jeho základní vlastnosti. Shodná zobrazení roviny.

5. Dělení roviny na části, Jordanova věta. Podmnožiny všech bodů roviny (prostoru) jako obory pravdivosti výrokových forem. Konstrukce geometrických útvarů.

6. Propedeutika konvexity, spojitosti a souvislosti. Prvky kombinatorické geometrie.

K realizaci Freudenthalovy teze o geometrii jako oblasti aktivity žáka je patrně vhodné problémové vyučování, o němž bylo u nás publikováno nedávno několik prací, např. [10] a [11]. Poslední z nich se týká problémového vyučování v geometrii. Za vhodné a důležité problémové situace geometrického charakteru považuji např. tato témata.

1. Vyplňování prostoru.

Dětské představy o prostoru lze přirozeným způsobem rozvíjet na vhodných hrách, úlohách a problémech. Teoreticky významné vyústění tématu jsou základní poznatky z Jordanovy teorie míry.

2. Dělení prostoru.

Základní matematické pojmy svázané s tématem mají opět své vzory v realitě dětského světa. Názorně lze přitom dospět k důležité Jordanově větě o oblastech a k poznání některých topologických pojmů.

3. Kombinatorická geometrie.

Tato látka poskytuje mnoho atraktivních úloh a problémů, které vhodně spojují různá odvětví matematiky a přirozeně uvádějí žáka např. do základů teorie grafů. Je zde i mnoho příležitostí učit klasifikaci poznatků na nejrůznějších úrovních.

4. Pohyb v prostoru.

Na základě názorných představ lze dospět při řešení úloh k pojmu geometrické zobrazení a k propedeutice souvislosti a spojitosti.

Z možností, které nabízí geometrie na základní škole k realizaci výše zmíněné teze Z. Krygowské o geometrii jako východisku ke studiu některých matematických struktur, připomeňme především základní poznatky z teorie grup vykládané na názorném geometrickém materiálu. Důležité je rovněž využít „operační charakter" některých geometrických pojmů. Mimo studia operace střed a jejích vlastností, o nichž pojednává práce [10], připomeňme např. geometrické operace „protínání" a „spojování". Konvexní útvary jsou „uzavřené" vzhledem k operaci spojování dvou bodů úsečkou. Tato operace má typické „algebraické vlastnosti", např. kumutativitu a asociativitu. Označíme-li A, B, C libovolné tři body, AB úsečku, která je spojuje, pak platí $AB = BA$ a $(AB)\, C = A(BC)$. Trojúhelník s vrcholy A, B, C je tak přirozeným výsledkem operace spojování a analogicky můžeme konstruovat i čtyřstěn. Zdá se, že tyto otázky nejsou dosud hlouběji didakticky zpracovány.

Závěrem uveďme jen poznámku o geometrickém vzdělání učitele základní školy. Jsem přesvědčen, že část přednášky z geometrie by měla být koncipována jako didaktická přednáška, v níž by šlo spíše o objasňování geometrických pojmů a problémů z několika hledisek než o výklad axiomatiky. Podle didaktických zřetelů by měly být rozvíjeny různé teoretické aspekty tak, aby pomáhaly vytvářet přehled o geometrii a sloužily k podněcování aktivity studenta. Teoretický výklad o koncepci didaktických přednášek při vzdělání učitelů formuloval W. MARKWALD v práci [12]. Otázky obsahu geometrického vzdělání učitele by si vyžádaly zvláštní studii a nebudeme se jimi zde zabývat.

Literatura

[1] VYŠÍN, J.: *Jaká je budoucnost školské geometrie,* Matematika ve škole, roč. *XVII,* 1966.

[2] REVUZ, A.: *The position of geometry in mathematical education,* Educational Studies in Mathematics, Volume 4, No 1, 1971.

[3] FREUDENTHAL, H.: Geometry between the devil and the deep Sea, Educational Studies in Mathematics, Volume 3, No 3, 4, 1971.

[4] *New Trends in mathematics teaching,* Volume III, Unesco, Paris 1973.

[5] THOM, R.: *Moderní matematika, pokud existuje,* Matěmatika v škole, roč. 1973.

[6] DIEUDONNÉ, L.: *Algèbre linéaire et géometrie élémentaire,* ruský překlad, Moskva 1972.

[7] CHOQUET, G.: *L'enseignement de la géometrie,* ruský překlad, Moskva 1970.

[8] BACHMANN, F.: *Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff,* ruský překlad, Moskva 1969.

[9] KUŘINA, F.: *Logika a vyučování matematice na základní škole,* Matematika a fyzika ve škole, roč. *4,* 1973.

[10] VYŠÍN, J.: *Tři kapitoly o problémovém vyučování,* SPN, Praha 1972.

[11] KUŘINA, F.: *Problémové vyučování v geometrii,* Matematika a fyzika ve škole, roč. *4,* 1973.

[12] MARKWALD, W.: *Zur mathematischen Ausbildung der Lehrkandidaten,* Mathematisch-physikalische Semesterberichte, roč. *XVII,* 1970.

Poznámka redakce: Čtenáři – středoškolští profesoři mohou posoudit, jak by byly uvedené principy prospěšné či neprospěšné při studiu složky „geometrie" na střední škole. Jejich názory a připomínky uvítáme.

Co nového přináší Nico?

Jan Vyšín, Praha

Poslední souhrnnou zprávu o článcích Nico přineslo 6. číslo Pokroků z r. 1973, a to o 9. až 13. sešitě. Od té doby vyšly další čtyři sešity Nico (14 až 17); jim se budeme věnovat v této informaci.

Předem nám dovolte malou poznámku. Belgické výzkumné středisko CBPM (Centre Belge de pédagogie de la mathématique), jehož orgánem je časopis Nico, razilo vždy cestu velmi revoluční; strukturální matematika značně bourbakisticky orientovaná (viz název časopisu) byla ve středu jeho zájmu a pozornosti.

Prof. GEORGES PAPY, vedoucí osoba Centra, zastiňuje a přehlušuje svým výbušným temperamentem všechny svoje spolupracovníky. Je skutečností, že Centrum přineslo mnoho revolučních a progresívních myšlenek v didaktice matematiky, i když někdy – a to snad k prospěchu věci – přehánělo. Je přirozené, že tak poměrně úzká tematika, jako je školská matematika, se po jisté době vyčerpává, a tím může docházet k opakování námětů. Je tu ovšem ještě druhá, mnohem rozsáhlejší oblast výuky, než je obsah; tato oblast jsou vyučovací metody. Na originální metodické nápady byli profesor Papy a paní Papyová vždy bohatí a tady je stále z čeho těžit.

Profesor Papy má ve světě dosti přátel, ale i odpůrců, kteří buď s ním otevřeně nesouhlasí, nebo jej jaksi mlčky přehlížejí.