Nové knihy

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 61 (2016), No. 4, 331–336

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/145981

nové knihy

MAREK LIŠKA: **MATIKA PRO SPOLUŽÁKY**

Vydal meg-cz, Praha, 2015, 358 stran, ISBN 978-80-906253-0-3

S velkým očekáváním jsem začal číst knihu *Matika pro spolužáky*, v níž autoři píší na s. 2: „Ahoj, jsme moc rádi, že v ruce držíš právě naši učebnici matiky. Ještě než se vrhneš na samotné učení, tak bychom ti rádi řekli, proč jsme tuto učebnici napsali a jak se nám to podařilo. Rádi bychom totiž změnili výuku matematiky na našich školách.“ Na s. 4 se představuje realizační tým publikace. Ocituji zde informaci o dvou jeho členech: „Marek Liška: Duchovní otec učebnice. Matika je tak skvěle vysvětlena právě díky němu. Mgr. Leoš Bílek: Matematické očko, které odhalí sebemenší chybku.“

Po přečtení publikace musím konstatovat: Matematika není v knize vysvětlována skvěle. Není vysvětlována ani dobře. V učebnici se vyskytují nejen „chybky“, ale i vážné chyby. Rozsáhlá propagace knihy ve sdělovacích prostředcích klame naši rodičovskou, žákovskou, ale i učitelskou veřejnost. Teprve když si knihu někdo prostuduje, pozná rozpor mezi proklamovanými kvalitami a skutečnou hodnotou učebnice. Souhlasím ovšem s názorem L. Bílka na obálce, že kniha je naprosto odlišná od všech učebnic na našem trhu. To ovšem není její klad, ale spíše nedostatek: o mnohém se mohl autor poučit např. na učebnicích pro gymnázia z nakladatelství Prometheus. *Matika pro spolužáky* je didaktický podvod.

První dojem z „učebnice“ je příznivý. Křídový papír, pěkná grafika, grafické členění textu podle účelu, barevné ilustrace, představení realizačního týmu, informace o práci na knize (s. 3), historie projektu, sponzoři, obsah. Velké množství úloh a snaha zprostředkovat matematiku spolužákům jejich jazykem jsou jistě dobrými rysy publikace. To vše nasvědčuje, že máme v ruce moderní dílo. Avšak již u nulté kapitoly by měl čtenář zpozornět: „Zlomek je dělení (podíl) dvou výrazů…“ (s. 12). To je dosti volná formulace, která však má formu definice! Ovšem příklady v dalším výkladu vše vysvětlí. Zápis $4/5$ je zlomek (ačkoliv lze stěží říci, že jde o dělení dvou výrazů), zlomkem patrně je i zápis $\pi/2$. V kapitole *Racionální čísla* se takovéto zlomky nevylučují a výklad je pak nesprávný.

Za hlavní nedostatek publikace považuji malou pozornost, kterou autor věnuje porozumění učivu a s tím souvisejícím metodám řešení úloh. V převažující míře v ní jde o pouhý přenos informací a o návody (často velmi podrobné) jak řešit úlohy. Návody jsou nazývány „Postupy“ a jsou vyznačeny žlutou barvou. Uveďme několik příkladů.

„Jak zvládnout násobení zlomků? U násobení zlomků násobíš všechny čitatele mezi sebou a všechny jmenovatele mezi sebou. Výsledek po vynásobení je další zlomek, který bude mít nad zlomkovou čárou součin všech čitatelů násobených zlomků a pod zlomkovou čárou součin všech jmenovatelů násobených zlomků" (s. 14). „Dělení zlomků je jenom převlečené násobení. Prvně dvojici zlomků převedeš na násobení a potom už jenom roznásobíš oba dva čitatele mezi sebou a oba dva jmenovatele mezi sebou" (s. 15). Nevím, kdo by z poslední věty pochopil princip dělení zlomků (co znamená převést na násobení?). Ovšem na příkladech se vše vyjasní. Problémem však nejsou formulace, kniha trpí mnohem závažnější vadou. Chybí zde (a v celé knize) argumentace: Proč násobíme zlomky právě takto? To souvisí s interpretací matematických pojmů a postupů. Po zvolání „No je to tady, prostě zlomky!" (s. 12) následuje „vysvětlení" pojmu zlomek, které jsem už připomněl, ale nikde se neukáže zlomek jako část celku a operace se zlomky se žádným způsobem neilustrují graficky. O pojetí knihy si můžeme udělat představu např. z této formulace: „Zlomky jsou jedním ze dvou hlavních zdrojů pro určování podmínek. Problém dělají proto, že nulou nelze dělit, na což jsou zlomky trochu choulostivé. Tím pádem tomu musíš předejít. Vždy je třeba zaručit, aby se celý jmenovatel nerovnal nule, především když se tam nachází neznámá, u které ihned nevidíš, jakému číslu se rovná" (s. 16). O tom, proč nelze dělit nulou, se žádný spolužák z knihy nedoví. Východiskem výkladu matematiky není až na výjimky realita žákova světa, ale matematika samotná.

Na několika příkladech si dále všimneme, jak autor učebnice vede své spolužáky k řešení úloh.

Kolik litrů 30% roztoku a kolik litrů 80% roztoku je zapotřebí k vytvoření 2 litrů 60% roztoku?

Po stručném zápisu textu následuje návod k sestavení rovnice: „První roztok o koncentraci 30% a množství x (tyto dvě informace mezi sebou vynásobíš) sečteš s druhým roztokem, jehož množství je $2 - x$. A má vzniknout (rovnat se) nový 60% roztok o množství 2 litry. A nakonec rovnici vyřešíš" (s. 21).

Rovnice

$$\frac{30}{100}x + \frac{80}{100}(2 - x) = \frac{60}{100} \cdot 2$$

je sice správná, ale její interpretace (a tedy i návod k jejímu sestavení) správný není. Nelze se tomu příliš divit. Vždyť např. nepřímá úměrnost se v knize vysvětluje takto: „Kolikrát víc je něčeho, tolikrát míň je toho druhého. Například čím víc lidí bude společně pracovat na jednom domácím úkolu, tím méně času ho zabere řešit" (s. 22). To autor skutečně věří, že potřebuje-li k vyřešení úlohy dvacet minut, pak jeho třída o 20 žácích ji vyřeší za minutu? Toto „vysvětlení" jen podporuje nesprávnou interpretaci nepřímé úměrnosti, kterou si mnoho žáků vytvoří: „čím více jednoho, tím méně druhého", a je nutné ho prostě odmítnout.

Podobně nesmyslný se mi jeví i první řešený příklad na nepřímou úměrnost (s. 23):

Nindžové hází hvězdice na terč. Hvězdic je celkem 84 a leží na stole, ze kterého je nindžové berou. Čtyři nindžové zvládnou hodit všech 84 hvězdic za 7 sekund. Jaký musí být počet nindžů, aby přesně za jednu sekundu zmizely ze stolu všechny hvězdice?

Odpověď zní: „Hvězdice musí házet 28 nindžů, aby všechny zmizely ze stolu přesně za jednu sekundu."

Řeš v $\mathbb{R}$ *rovnici* $(x - 2)(x + 3) = 0$.

Žák má postupovat takto: „Nejdříve určíš nulové body závorek, tedy každý výraz v závorce dáš do rovnosti s nulou a vyjádříš neznámou x. Získané nulové body budou řešením této rovnice, pokud budou z definičního oboru" (s. 215). To je ryze formální přístup. Neměli bychom dát přednost řešení navozenému otázkou Kdy je součin roven nule?, které je ihned patrné?

Řeš v $\mathbb{R}$ nerovnici $(x-3)(x+2) > 0$.

Přirozený pohled na úlohu vedený otázkou *Kdy je součin kladný?* je opět nahrazen ryze formálním a nezdůvodněným postupem: Po určení „nulových bodů závorek“, které rozdělí osu na tři intervaly, pokračuje řešení takto: „Z každého intervalu si zvolíš libovolné číslo, které dosadíš do zadání nerovnice. Pokud bude nerovnost platit, pak daný interval patří do řešení. Jestliže nerovnost platit nebude, pak není řešením této nerovnice“ (s. 226). Tento postup se může žák naučit, ale zůstává pro něj záhadou, proč je libovolné číslo z uvažovaného intervalu řešením.

Analogicky bychom mohli komentovat řadu dalších úloh.

Pro publikaci je bohužel charakteristické, že poznatky se nezdůvodňují. Tak např. pod nadpisem Kolik je $(a+b)^2$? najdeme text: „Pomocí prvního a nejzákladnějšího algebraického vzorce můžeš dvojčlen umocnit na druhou, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$“ (s. 157). Text dále pokračuje: „U tohoto vzorce lze šibalsky obejít naučení se vzorečku, a to tak, že když je něco na druhou, tak vlastně násobíš dvakrát to samé. Znamená to, že výraz $(a+b)^2$ lze rozepsat jako $(a+b)\cdot(a+b)$“ (s. 157). Prvotní tedy není odvození vzorce, ale „jakési šibalské obejití zapomenutého“. Přitom a se nazývá *neznámou* a b *proměnnou*! Základní vzorce se pod nadpisem *Co když mám okno* shrnují pod heslem: „Vzorečky, které lze přelstít“ (s. 161).

Prvý výskyt termínu *funkce* jsem našel na s. 205: „Grafem lineární rovnice (funkce) je přímka. Příkladem může být v reálných číslech funkce $y = 2x - 1$. Grafem této funkce, jak můžeš vidět na obrázku, je přímka. Je nakreslena v kartézské soustavě souřadnic, což je pouze odbornější název pro osy x a y.“ Zdá se tedy, že autor nerozlišuje pojmy rovnice a funkce. Tvrzení, že grafem rovnice, tedy podle s. 188 „zápisem rovnosti dvou výrazů“ je přímka, je ovšem nesprávné.

Odvození vzorce pro řešení kvadratické rovnice v knize rovněž nenalezneme. Toto odvození patrně absolvent gymnázia znát nemusí, ale cesta k příslušnému vzorci je poučná a učebnice by ji snad měla jako ukázku matematického uvažování uvést.

Jinde je výklad zbytečně složitý a formulace nadnesené nebo nepřesné. Např. na s. 54 je poučení: „Číslicový zápis $1\,568 = 1\cdot 10^3 + 5\cdot 10^2 + 6\cdot 10 + 8$ je skvělý v tom, že ti přehledně ukazuje, kolik dané číslo obsahuje tisíců, kolik stovek, kolik desítek a kolik jednotek“. Jako by nestačilo k nalezení tohoto výsledku přečíst (nahlas) číslo 1 568.

Výkřikem „To jsou mi ale poměry“ je uvedeno: „S poměry se setkáváš v životě celkem často, ať už jde o pracovní poměr, milostný poměr, anebo o poměr mezi větami v češtině. V matice ovšem znamenají rozdíly v množství různých látek. Značí se pomocí dvojtečky zpravidla ve tvaru $A : B$, kde A je jedna látka, B je druhá.“ (s. 20). Autor neuvádí žádný příklad užití poměrů v běžném životě (poměr branek ve fotbale, měřítko mapy, ...) a nesmyslně uvádí poměr jako rozdíl. Snaha ukázat na začátku každé kapitoly „K čemu tohle budu krucipísek potřebovat“ (s. 113) je chvályhodná. Přesvědčí však autor svého spolužáka o užitečnosti rovnic tvrzením, že je využívá „každodenně v obchodě, když chce zjistit, kolik stojí sto gramů šunky, když ví, kolik stojí jeden kilogram?“ (s. 220). Domnívám se, že stěží. Poučení, že v kapitole o mocninách „si uvědomíš, co přesně znamená, když někdo řekne To je blbec na druhou“ (s. 120), asi moc výstižné není.

Kniha obsahuje velké množství chyb terminologických, mnohé formulace jsou nevhodné. Uveďme příklady: násobení informací mezi sebou (s. 21), sčítání obecných tvarů prací (s. 24), sčítání diagramů (s. 81), kreslení bodů na osy x a y (s. 206), počítání s opačnými čísly (s. 45), ... Autor nerozlišuje *neznámou* a *proměnnou* (s. 188), ale ani rovnici a funkci (s. 205), jak jsem již poznamenal. Vysvětlení tak důležitých pojmů jako proměnná a funkce se mi nepodařilo najít.

V návodu *Jak řešit kvadratickou rovnici* můžeme číst: Kvadratické rovnice lze řešit dvěma způsoby:

a) „Vzorec lze použít u jakéhokoliv obecného tvaru kvadratické rovnice.“ To snad nelze vzorec použít na řešení rovnice ryze kvadratické nebo rovnice bez absolutního členu?

b) „Rozklad na součin se používá pouze u těch „lépe“ zadaných příkladů. Tato metoda se používá nejčastěji, jelikož je rychlá a šetří čas.“ Tomu jsem dlouho nerozuměl. Výklad „Jak ji spočítat pomocí rozkladu na součin“ opět používá termín „lépe“ zadaná kvadratická rovnice a je netradiční. Obvykle se přece uvádí rozklad ve tvaru $(x-f)(x-g) = 0$, z něhož jsou vidět kořeny. Závěr odstavce zní: „Tento způsob ti může zpočátku přijít náročný, ale jde pouze o to ho nacvičit. Až ho lépe procvičíš, ušetří ti mnoho počítání a dosazování do složitého vzorce, který si musíš pamatovat“ (s. 261). To už hraničí s demagogií. Co je lépe zadaná kvadratická rovnice, jsem poznal až nahlédnutím do první verze učebnice z r. 2013: Rovnice $x^2-4=0$ je dobře zadaná, rovnice $x^2 - 3 = 0$ není dobře zadaná (s. 154). To je *matematika pro spolužáky.*

Pod nadpisem „*Jaká podstatná fakta ti vytřou zrak u třech neznámých*“ se můžeme dočíst jen zčásti pravdivé tvrzení: „Řešením soustavy tří rovnic o třech neznámých je uspořádaná trojice prvků“ (s. 255).

V rozsáhlé publikaci o 258 stranách se ovšem vyskytují i tiskové chyby. Uveďme příklady. Přehození označení lineárního a kvadratického členu (s. 258 a s. 267). Analitycká geometrie (s. 282), chybný popis obr. 129 na s. 213, ...

Recenze vyjadřuje můj subjektivní názor na knihu Marka Lišky. Kdyby se podle ní měla změnit výuka matematiky na našich gymnáziích, bylo by to nejen popření dobrých tradic naší školy. Znamenalo by to degeneraci výuky matematiky jako prostředku k rozvíjení myšlení žáka a kultivaci jeho osobnosti na memorování předložených a neodůvodněných postupů. Výuka matematiky by se měla neustále zlepšovat, ale učebnice *Matika pro spolužáky* cestu k žádnému zlepšení neukazuje. Kniha ovšem může dobře sloužit jako sbírka úloh (je jich zde velké množství a některé jsou i zajímavé). Může dále pomoci žákům jako pomůcka pro nácvik řešení konkrétních úloh před tematicky vymezenou písemkou. Tento cíl konečně pan Liška v úvodu knihy uvádí. Ovšem měnit výuku matematiky v duchu jeho knihy bychom v žádném případě neměli, a to navzdory tomu, že dvojice Liška–Fanderlik slibuje do konce roku 2018 vydat další tři díly učebnic matematiky pro gymnázia (Mladá fronta DNES, 17. 12. 2015). Souhlasím s názorem Mika Vaňka, který na internetu 29. 8. 2016 napsal: „Jako učebnice je to katastrofa. Mám velké obavy. Které školy budou podle toho učit?“

František Kuřina

MARTINA BEČVÁŘOVÁ:
MATEMATIKA NA NĚMECKÉ UNIVERZITĚ V PRAZE V LETECH 1882–1945

Karolinum, Praha, 2016, 446 stran, ISBN 978-80-246-3182-0

Roku 1882 se pražská Karlo–Ferdinandova univerzita rozdělila na českou a německou část. Německá univerzita v Praze existovala jako samostatná instituce až do roku 1945, kdy byla zrušena a její majetek připadl Univerzitě Karlově.

Nová kniha Martiny Bečvářové je věnována matematice a její výuce na Německé univerzitě od založení instituce až po její zánik. Publikace představuje první ucelenou studii o pražské německé matematické komunitě, jejíž historie u nás byla dlouhodobě a neprávem opomíjena.

V letech 1882–1920 byla matematika vyučována na filozofické fakultě. Při rozdělení univerzity se značná část studentů i pedagogů rozhodla přejít na Německou univerzitu; učinil tak i zkušený matematik H. Durège, který se stal prvním řádným profesorem matematiky na Německé univerzitě. Na druhou systemizovanou stolici matematiky nastoupil jako mimořádný profesor A. Puchta. Výuka matematiky na Německé univerzitě tak měla od počátku velmi dobrou úroveň. Kniha podrobně rozebírá i životní osudy všech dalších profesorů, docentů a asistentů, kteří se na výuce matematiky podíleli. K nejvýznamnějším osobnostem v letech 1882–1920 patřili zejména G. A. Pick, který s pražskou univerzitou spojil celý svůj život[1] (místo řádného profesora zastával v letech 1892–1929), a G. H. W. Kowalewski, který v Německu studoval u D. Hilberta, H. Minkowského a S. Lie a do Prahy přinesl nová a moderní témata.

Od roku 1920 se výuka matematiky na České i Německé univerzitě přesunula na nově vzniklé přírodovědecké fakulty. V tomto období dochází k největšímu rozkvětu pražské matematické komunity. Působili zde např. L. Berwald, který dosáhl významných výsledků v diferenciální geometrii, a K. Löwner[2], jehož jméno je spojeno s diferenciální rovnicí vyskytující se v důkazu slavné Bieberbachovy domněnky. V letech 1931–1935 přednášel v Praze i slavný německý logik a filosof R. Carnap, který následně emigroval do Spojených států a pokračoval v úspěšné kariéře na prestižních amerických univerzitách.

V zimním semestru 1938/39 bylo pro svůj židovský původ nebo politickou nespolehlivost z Německé univerzity v Praze vyloučeno 9 profesorů a 11 docentů. Situace se výrazně dotkla i matematické sekce Přírodovědecké fakulty, na které zůstali pouze tři mladí docenti a výuka tak byla téměř ochromena. Personální krize pokračovala i v dalších válečných letech. Na Německou univerzitu, která byla v tomto období podřízena říšskému ministerstvu v Berlíně, byly na místa mimořádných profesorů jmenovány zejména politicky spolehlivé osobnosti, které však obvykle z nejrůznějších důvodů v Praze dlouhou dobu nezůstaly. Na Přírodovědeckou fakultu se z Drážďan vrátil G. H. W. Kowalewski, z Německa poté do Prahy přišli např. E. M. Mohr, H. J. A. Rohrbach, W. H. Petersson či mimořádně talentovaný logik G. Gentzen[3].

Druhá světová válka tragicky zasáhla do života řady matematiků spjatých s pražskou univerzitou: G. A. Pick zemřel ve věku 82 let v Terezíně, L. Berwald

[1] O Pickových matematických výsledcích a jeho spolupráci s A. Einsteinem vyšel v *Pokrocích* článek I. Netuka: *Georg Pick — pražský matematický kolega Alberta Einsteina*, PMFA *44* (1999), str. 227–232.

[2] Viz I. Netuka: *Karel Löwner a Loewnerův elipsoid*, PMFA *38* (1993), str. 212–218.

[3] Viz P. Vihan: *Gerhard Gentzen (1909–1945)*, PMFA *37* (1992), str. 249–257.

v 59 letech v lodžském ghettu. Ze židovských matematiků měl větší štěstí K. Löwner, kterému se na konci října 1939 podařilo opustit protektorát a společně s manželkou a dcerou emigrovat do Spojených států. Pohnuté osudy se nevyhnuly ani německým matematikům, kteří byli do Prahy povoláni během války. G. Gentzen, který ještě v květnu 1945 přednášel na univerzitě, zemřel v srpnu téhož roku (ve věku 35 let) na podvýživu v pražském vězení pro německé zrádce. Aplikovaný matematik E. M. Mohr, který byl roku 1942 proti své vůli přeložen do Prahy z univerzity v Breslau, se podílel na válečném výzkumu pro německou armádu a byl považován za politicky spolehlivou osobu. Přesto byl v říjnu 1944 na základě udání odsouzen k trestu smrti za poslech anglického rozhlasu, zesměšňování A. Hitlera a šíření zpráv o prohrané válce. Pouze díky úsilí kolegů H. J. A. Rohrbacha a J. Nikuradseho bylo vykonání rozsudku odloženo, Mohr se dožil konce války ve vězení a dlouhou dobu pak působil jako ředitel matematického ústavu Technické univerzity v Berlíně.

Recenzovaná kniha obsahuje i velké množství faktografických údajů, např. přehled všech přednášek, cvičení a seminářů konaných v letech 1882–1945 či seznam všech doktorátů a habilitací z matematiky včetně základních údajů o jednotlivých uchazečích a jejich kvalifikačních pracích. Autorka se podrobně zabývá i tehdejšími náročnými zkouškami učitelské způsobilosti, popisuje jejich průběh a uvádí řadu tabulek shrnujících počty absolventů v závislosti na zvolené kombinaci předmětů.

Pozornost je věnována i mimouniverzitním odborným aktivitám pražských matematiků. Ti se v letech 1913–1934 scházeli k diskusím v tzv. Matematickém kroužku (*Mathematische Kränzchen in Prag*), kde přednášeli o svých vlastních výsledcích nebo referovali o pracích jiných matematiků. V dochovaném seznamu přednášek lze najít i vystoupení zahraničních hostů a je z něj dobře patrná pestrost a aktuálnost diskutovaných témat. Pražští matematikové se často účastnili také schůzí přírodovědného spolku *Lotos*[4]; ten vznikl již roku 1848 a vydával svůj vlastní časopis, samostatná sekce *Lotosu* pro matematiku a fyziku však byla založena až roku 1934. Doložena je také vzájemná spolupráce československých a německých matematiků v rámci Jednoty.

V závěru knihy jsou zařazeny úryvky ze vzpomínek pamětníků (M. Pinl, M. Brdička, M. Brod, G. H. W. Kowalewski) a obrazová příloha s reprodukcemi fotografií a dalších zajímavých archivních materiálů.

Kniha je zpracována s velkou pečlivostí, vychází z autorčina dlouholetého studia domácích i zahraničních archivních pramenů a zaplňuje dosavadní mezeru v literatuře věnované historii matematiky v českých zemích. Lze ji vřele doporučit historikům, matematikům i zájemcům o historii vyučování.

Antonín Slavík

[4] O fyzikálních aktivitách spolku se lze dočíst v článku E. Těšínská: *Fyzikální vědy v pražském německém přírodovědném spolku „Lotos“*, PMFA *42* (1997), str. 35–47.