

Rozhledy matematicko-fyzikální

Úlohy domácího kola 55. ročníku Matematické olympiády pro žáky základních škol

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 80 (2005), No. 2, 39–45

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146102>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2005

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

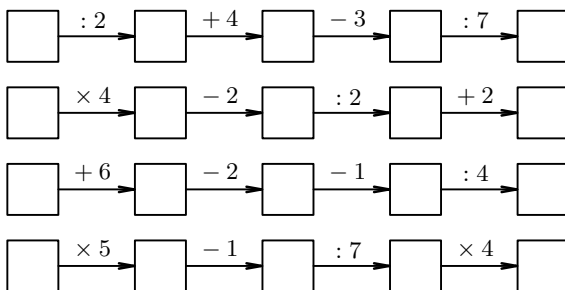


This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

Úlohy domácího kola
55. ročníku Matematické olympiády
pro žáky základních škol

KATEGORIE Z5

1. Doplň do prázdných políček přirozená čísla od 1 do 20 (každé číslo můžeš použít jen jednou) tak, aby platily matematické vztahy:



(M. Smitková)

2. Blecha Skákalka skáče po číselné ose. Dokáže však jen dva druhy skoků. Jedním přeskočí o 14 čísel doprava nebo doleva, druhým přeskočí o 18 čísel doprava nebo doleva. Právě stojí na čísle 2.
- Najdi způsob, jak má blecha skákat, aby se dostala právě čtyřmi skoky na desítku.
 - Blecha tvrdí, že včera byla na třináctce. Mluví pravdu, nebo lže? Zdůvodni.

(M. Dillingerová)

3. Pohádkový nafukovací čtverec, který umí mluvit, měl před 5 minutami délku strany 8 cm. Při každé lži zvětší svůj obvod dvojnásobně,

SOUTĚŽE

při každé vyslovené pravdě se zmenší délka každé jeho strany o 2 cm. Za posledních 5 minut dvakrát lhal a dvakrát mluvil pravdu.

- Jaký největší obvod může teď mít?
- Jaký nejmenší obvod může teď mít?

(S. Bodláková)

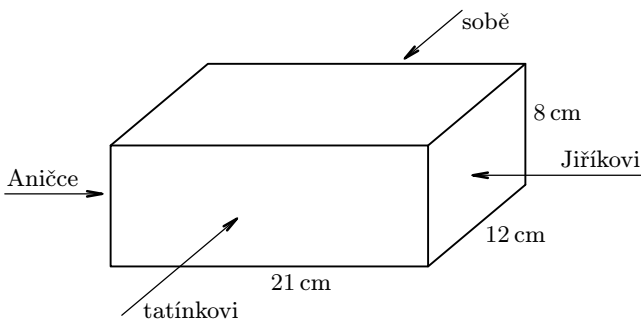
- Pepa na pouti koupil čtyři autíčka. Bílé stálo dvakrát tolik co červené, zelené třikrát tolik co bílé a za modré zaplatil tolik, co za červené a bílé dohromady. Přitom červené stálo o 70 Kč méně než zelené. Kolik stála jednotlivá autíčka?

(Š. Ptáčková)

- Máma stonožka má dvě děti a manžela. Každý z nich má sto nohou a všichni si berou denně čisté ponožky. V sobotu ráno v 6:00 začala máma stonožka prát špinavé ponožky. Najednou se jí do pračky vejde 357 ponožek. Tato jedna várka se vypere za dvě a půl hodiny. Zjistí, kdy skončí s praním, pokud víš, že ponožky pere jenom jednou za týden, uložení ponožek do pračky jí trvá 2 minuty a jejich vyndání 3 minuty.

(S. Bednářová)

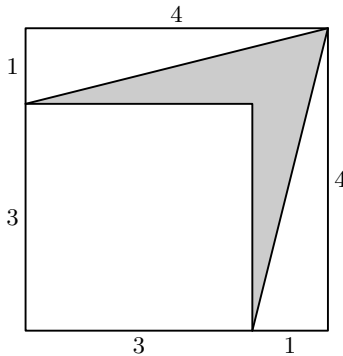
- Maminka má v lednici cihlu sýra, která je znázorněná na obrázku. Postupně z ní odřezává 1 cm silné plátky na smažení. Nejprve odřízla zepředu plátek s rozměry 21 cm, 8 cm, 1 cm pro tatínka. Pak z boku odřízla pro Jiříka, zezadu pro sebe a nakonec z druhého boku pro Aničku. Napiš, jaké rozměry mají jednotlivé plátky. Urči rozměry zbytku sýra.



(M. Dillingerová)

KATEGORIE Z6

1. Stejná úloha jako 1. úloha kategorie Z5.
2. Sněhurka se sedmi trpaslíky sbírala lískové oříšky. Měla jich tolik, kolik všichni trpaslíci dohromady. Když se vraceli, potkali veverku Loudilku. Sněhurka i každý trpaslík jí dali stejný počet oříšků. Když pak trpaslíci a Sněhurka vysypali zbylé oříšky na stůl, zapsal Prófa jejich počty: 120, 316, 202, 185, 333, 297, 111 a 1 672. Kolik oříšků dostala veverka Loudilka?
(*L. Hozová*)
3. Když jsme čísla 80 a 139 vydělili stejným přirozeným číslem, získali jsme zbytky 8 a 13. Jakým číslem jsme dělili?
(*M. Volfová*)
4. Obvod trojúhelníku je 16 cm. Jak dlouhé má strany, když jsou to v centimetrech přirozená čísla a součet délek dvou stran je o 6 cm větší než délka třetí strany?
(*L. Hozová*)
5. Maruška dostala pět různě těžkých koláčů. Průměrná hmotnost jednoho koláče byla 200 gramů. Maruška jeden koláč snědla a průměrná hmotnost zbylých koláčů pak byla 160 gramů. Jakou hmotnost měl koláč, který Maruška snědla?
(*B. Šťastná*)
6. Urči obsah šedé plochy vyplňující část útvaru mezi dvěma čtverci (rozměry na obrázku jsou v centimetrech).

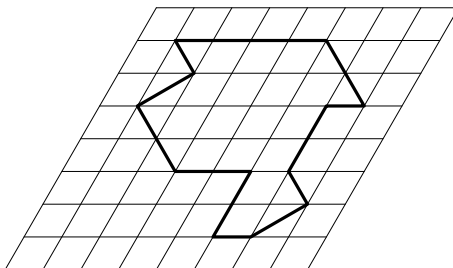
(*P. Tlustý*)

KATEGORIE Z7

1. Pat a Mat upravovali nový asfalt na cestě. Nejprve s válcem jeli 10 m dopředu, potom 7 m couvli. Pak opět popojeli 10 m dopředu a 7 m couvli atd. Takto pokračovali, než poprvé sjeli z nového asfaltu.
- Kolik metrů ujeli na novém 540 m dlouhém úseku cesty?
 - Kolikrát přešli po 19. metru nového asfaltu?

(M. Dillingerová)

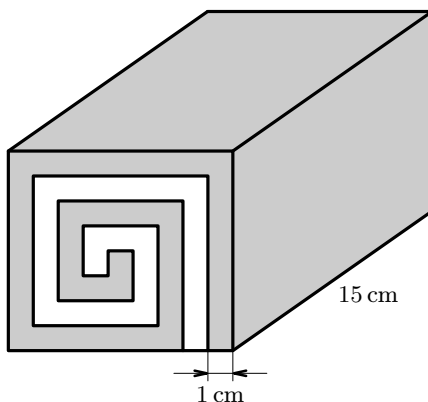
2. Zjisti obsah a velikosti vnitřních úhlů mnohoúhelníku znázorněného v kosočtvercové síti na obrázku, jestliže víš, že přímky sítě svírají úhel 80° a jeden malý kosočtverček má obsah 1 cm^2 .



(Pozor, obrázek je nepřesný!)

(S. Bednářová)

3. Na obrázku vidíš tzv. *kvadroládu* (speciální druh rolády).



Je vyrobená z bílé a hnědé marcipánové hmoty, přičemž obě hmoty mají stejnou tloušťku, a to 1 cm. Celá kvadroláda má délku 15 cm.

Prodává se rozkrájená na 10 shodných kousků. Zjisti

- a) rozměry jednoho kousku,
- b) kolik hnědé hmoty a kolik bílé hmoty je třeba na její přípravu, jestliže víš, že 1 cm^3 marcipánu má hmotnost 2 gramy.

(S. Bednářová)

4. Najdi všechna pětimístná přirozená čísla, která se škrtnutím první a poslední číslice zmenší 250krát.

(L. Šimůnek)

5. Pavel měl za domácí úkol vyjádřit desetinnými čísly zlomky $\frac{3}{7}$ a $\frac{7}{13}$. Chtěl udělat paní učitelce radost a místo do sešitu psal na laťky školního plotu. Nejprve vyjadřoval $\frac{3}{7}$, takže nahoru na první laťku napsal nulu, na druhou desetinnou čárku, na třetí 4. Takto pokračoval, dokud nenapsal číslici na poslední laťku. Potom vyjadřoval $\frac{7}{13}$. Na první laťku dolů napsal nulu, na druhou desetinnou čárku, na třetí 5 atd. Kolik bylo v plotě laťek, více-li, že číslici 5 napsal přesně 667krát a že na 668 laťkách byla dvojice stejných číslic?

(P. Tlustý, M. Dillingerová)

6. V Kocourkově jsou dvě směnárný. V současnosti mají tyto kurzy:

1. směnárna

	Nakupujeme	Prodáváme
1 euro	123 Kč	132 Kč

2. směnárna

	Nakupujeme	Prodáváme
1 euro	134 Kč	143 Kč

Slávek Mazaný měl několik eur. V druhé směnárně je vyměnil za koruny a ty potom vyměnil v první směnárně zpět za eura. Takto vydělal 1 euro. Kolik eur měl původně?

(S. Bednářová)

KATEGORIE Z8

1. Součin ciferného součinu a ciferného součtu dvojmístného čísla je 126. Které číslo to je? Najděte všechna možná řešení.

(*M. Raabová*)

2. Paní Zručná se ucházela o místo v perníkárně. Při pohovoru s vedoucím chtěla říci, za kolik minut ozdobí kolik perníků. Byla nervózní, a proto omylem prohodila počet minut s počtem perníků. Vedoucí podle vyslechnutých údajů spočítal, kolik perníků by měla paní Zručná stihnout ozdobit za pětihodinovou pracovní dobu, a tolik jí dal úkolem. Paní Zručné však trvala práce o 2 hodiny a 12 minut déle. Kolik perníků ozdobila?

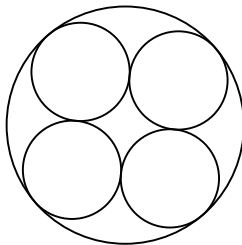
(*L. Šimůnek*)

3. Stejná úloha jako 3. úloha kategorie Z7.

4. Roman psal na list papíru celá čísla do řady tak, že následující získával z předchozího střídavě násobením dvěma a odečítáním tří. (Např. řada čísel 1, 2, -1, -2, -5, -10 vyhovuje jeho pravidlu, ale řada 10, 7, 4, 8, 16, 32 jeho pravidlo nesplňuje.) Po chvíli sečetl posledních 5 čísel, která napsal, a vyšlo mu 114. Kterých pět čísel napsal naposledy?

(*M. Raabová*)

5. Určete poloměr větší kružnice, víte-li, že malé kružnice mají poloměr 1 cm (kružnice mají celkem osm vzájemných dotyků).



(*P. Thustý*)

6. Žák Pažout měl v loňském ročníku průměr všech známek 4,15. Z nich byly pouze čtyři jedničky, zato právě jedna třetina byly pětky. Kolik známek musel Pažout minimálně dostat?

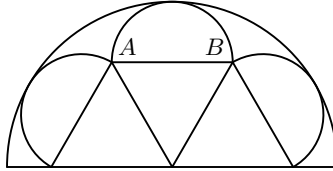
(*L. Šimůnek*)

KATEGORIE Z9

1. Určete počet přirozených čísel od 100 do 999, která mají právě dvě stejné číslice.

(P. *Thustý*)

2. Na obrázku jsou tři rovnostranné trojúhelníky, tři malé půlkružnice dotýkající se jedné velké půlkružnice o poloměru 1 dm. Určete délku úsečky AB .

(P. *Thustý*)

3. V souřadné soustavě jsou dány body $A[3, 2]$, $B[-1, 1]$, $C[-2, 4]$ a jejich obrazy A' , B' , C' ve středové souměrnosti se středem v počátku souřadné soustavy. Vypočítejte obsah šestiúhelníku $ABC A' B' C'$.

(S. *Bednářová*)

4. Starý podnikatel zemřel a zanechal po sobě dva bankovní účty, jeden dluh a závěť. V závěti je psáno, že peníze z prvního účtu si mají rozdělit první a druhý syn v poměru 1 : 2, peníze z druhého účtu první a třetí syn v poměru 1 : 3 a dluh mají zaplatit druhý a třetí syn v poměru 2 : 3. Zjistěte, kolik korun bylo na prvním, kolik na druhém účtu a jaký dluh museli synové zaplatit, víte-li, že v konečném důsledku každý z nich získal 123 456 korun.

(S. *Bednářová*)

5. Dva rovnostranné papírové trojúhelníky, z nichž menší má obsah 60 cm^2 , jsme položili přes sebe tak, že jejich průnikem byl pravoúhlý trojúhelník s obsahem 30 cm^2 . Jaký nejmenší obsah mohl mít větší z rovnostranných trojúhelníků?

(S. *Bednářová*)

6. Prověrka obsahovala 26 otázek, jež byly rozděleny podle obtížnosti do tří skupin. V první byla každá správná odpověď hodnocena třemi body, ve druhé pěti body a ve třetí osmi body. Maximální počet bodů byl 111. Kolik otázek mohlo být v jednotlivých skupinách?

(L. *Šimůnek*)