

Rozhledy matematicko-fyzikální

Vladimír Strečko

Fragmenty z matematiky praveku

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 87 (2012), No. 2, 18–22

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146466>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2012

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Fragmenty z matematiky praveku

Vladimír Strečko, FHPV PU Prešov

Abstract. The article presents fragments of the history of mathematics in Prehistoric Times.

Človek sa od zvierata odlišuje schopnosťou abstrakcie. Mohli by sme povedať, že keď človek začal myslieť abstraktne, jeho proces diferenciácie od zvierata alebo hominizácie dosiahol svoj vrchol. A s istotou môžeme tvrdiť, že máločo je abstraktnejšie ako matematika. K vzniku a rozvoju matematiky najvýdatnejšie prispeli 4 ľudské psychické procesy: pamäť, fantázia, viera v kauzalitu a schopnosť tvoriť algoritmus.

Každá abstrakcia do istej miery súvisí s ľudskou pamäťou. Napríklad už samotný beh času, ktorý zvieratá nedokážu vnímať. Zvieratá žijú neustále v prítomnosti, nerozlišujú čas, hoci sa už zistilo, že zvieratá si dokážu zapamätať niektoré javy a poučiť sa z minulosti. Človek dokáže myslieť na budúcnosť, čo zvieratá nevedia. Aj keby sa mohlo u niektorých zvierat zdať, že tým, ako budujú príbytky alebo zhromažďujú zásoby na zimu, myslia na budúcnosť, v skutočnosti ide len o čisto inštinktívne konanie. Človek na určitom stupni vývoja prestal konať rýdzo inštinktívne a mohli by sme povedať, že začal myslieť a dokázal sa poučiť z minulosti. Začal používať prvé primitívne nástroje, vyrábať si oblečenie a stavať vlastné príbytky na uľahčenie svojho života. Všetky tieto predmety sa však najprv objavili v ľudskej fantázii. Predmety, ktoré človek cielavedome upravil pre svoje potreby, sa najprv objavili v jeho predstavách. Tieto predstavy boli najskôr konkrétne a viazali sa ku každodennému životu, avšak postupne nadobudli abstraktnejší charakter, čo neskôr umožnilo rozvoj matematického myslenia.

Prostredníctvom fantázie si praveký človek vytvoril aj vlastné predstavy o príčinách a následkoch niektorých prírodných javov (počasie, nebeské úkazy, smrť). S tým súvisela viera v kauzalitu alebo kauzálna väzba príčina–následok. Na základe viery v kauzalitu začal praveký človek poznávať časovo-priestorové súvislosti, myšlienkovy spájať podobné javy a zasahovať do diania na základe napodobňovania. Bez viery v kauzalitu by matematika nemohla existovať, pretože bez nej by sa stala nezmyselnou.

S pochopením časovo-priestorových javov a súvislostí si praveký človek začal uvedomovať, že niektoré javy v prírode sa opakujú. Takisto aj v jeho činnosti sa vyskytlo opakovanie. Napríklad pred odchodom na lov si nacvičoval spôsob lovu. To viedlo k vzniku prvých rituálov. Postupne boli všetky významné udalosti určujúce život pravekých ľudí ritualizované. Vznikali komplikované a náročné obrady, v ktorých každá úloha bola presne predpísaná. Toto všetko nakoniec viedlo k vnímaniu a vzniku algoritmu [4, s. 15].

Všeobecne sa prijíma, že pravek skončil a starovek začal vtedy, keď vzniklo prvé písmo. Človek začal zapisovať svoje myšlienky. Dá sa potom hovoriť o matematike v praveku, keď človek nemal nijaké konkrétne symboly, pomocou ktorých by mohol vyjadrovať počty? Má vôbec opodstatnenie veda, ktorá sa zaoberá matematikou v paleolite (v staršej dobe kamennej), čiže paleomatematika? Pravdaže áno! Matematika ako veda síce ešte neexistovala, ale pračlovek už mal vytvorené prvé matematické predstavy. Spočiatku pravekí ľudia nerozlišovali jednotlivé javy. Človek bol súčasťou tlupy a konal, myslel a cítil kolektívne, podobne ako dnes stádo zvierat. Keď začal diferencovať pojmy ako jeden, mnoho a žiadny, môžeme hovoriť o začiatku individuálneho myslenia. Keďže neexistovali žiadne symboly, počty sa zaznačovali názorne alebo obrazne. Počet zvierat v stáde mohol byť vyjadrený napríklad pomocou nakopenia rôznych predmetov (kamenkov, mušlí atď.), alebo na nástenných maľbách v jaskyniach jednoducho nakreslili viac zvierat. Našli sa jaskyne, ktorých steny boli posiate kresbami desiatok rôznych zvierat, ale aj ľudských postáv (napr. Lascaux vo Francúzsku, Altamira v Španielsku). Najstaršie jaskynné maľby majú okolo 35 000 rokov, tie majú skôr charakter akýchsi čarbaníc a o vyjadrovaní počtov sa nedá v žiadnom prípade hovoriť. Mladším spôsobom vyjadrovania počtu, avšak iba malého, bolo podobne ako u malých detí ukazovanie na prstoch rúk a nôh. Ešte aj dnes sa s počítaním na prstoch stretávame u rôznych primitívnych kultúr v Strednej Afrike, Južnej Amerike a Oceánii. Matematike týchto primitívnych kultúr sa v súčasnosti venuje tzv. etnomatematika.

Za najstaršie artefakty, ktoré dokladujú a dajú sa interpretovať ako zaznamenávanie konkrétnych počtov, pokladáme kosti s viacerými pravidelne usporiadanými zárezmi, v našich končinách skôr známe ako vrúbovky.

Prvou takouto známou vrúbovkou bola vlčia kosť pochádzajúca z vykopávkov roku 1936 vo Věstonicích na Morave. Táto 18 cm dlhá vretenná kosť mladého vlka, s odhadovaným vekom asi 10 000 až 20 000 rokov,

bola pokrytá 55 hlbokými a rovnobežnými zárezmi. Prvých 25 zárezov bolo zoskupených do päťíc, pričom posledný, dvadsiatypiaty zárez, je dvakrát dlhší ako ostatné. Na túto skupinu nadväzuje druhý rad s tridsiatimi zárezmi a znovu začína dlhším zárezom. Združovanie po piatich je tu očividné. Môžeme sa len domnievať, či to nejako súvisí s počtom prstov na ruke [2, s. 22].

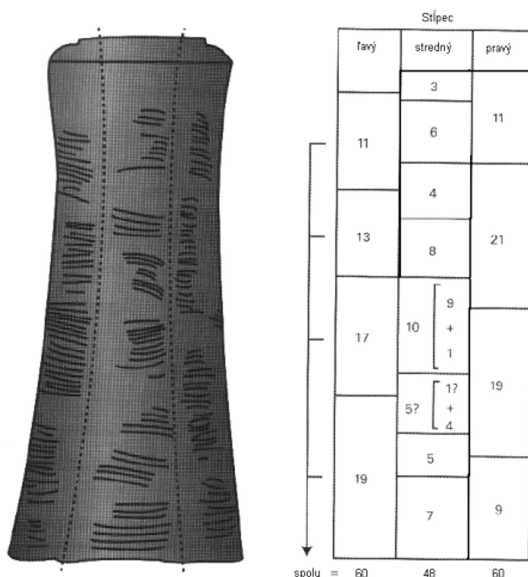
Ešte väčšiu pozornosť vzbudil nález tzv. kosti Ishango (obr. 1), pomenovanej podľa miesta nálezu, ktorým bola malá rybárska dedina Ishango v Konžskej demokratickej republike (pôvodne Zair) neďaleko hraníc s Ugandou. Kosť bola nájdená v roku 1960 pri systematických vykopávkach vedených belgickým archeológom Jeanom de Heinzelin de Braucourt (1920–1998). Archeologický prieskum vykonával na mieste pravekého sídliska, ktoré bolo podobne ako omnoho neskôr Pompeje pochované pod hrubou vrstvou popola v dôsledku výbuchu neďalekej sopky.

Táto skamenená kosť vyvolala mnoho rozličných špekulácií. Bola takmer 10 cm dlhá a na jednom konci bola ozdobená kremeňom. Odhadovanie veku prostredníctvom metódy C 14 určilo vek medzi 20 000 až 25 000 pred Kr. Avšak určovanie veku pomocou metódy C 14 v dobe objavu bolo ešte len v plienkach, čo potvrdilo aj novšie datovanie, ktoré určilo vek kosti na obdobie medzi rokmi 6 500 až 9 000. To znamená, že vrúbovka z Moravy je síce staršia, ale nie je až tak diferencovane štruktúrovaná ako kosť z Ishanga, a preto sa nepokladá za istý dôkaz matematického myslenia [3, s. 10].

Zárezy na tejto kosti sú zreteľne rozdelené do troch stĺpcov, sú zoskupené do rôznych skupín a pripomínajú matematické štruktúry. Prvý stĺpec pozostáva z menších skupín zárezov: 3 a 6 zárezov; 4 a 8; 10; 5 a 5 a nakoniec 7 zárezov. Ďalší stĺpec obsahuje sériu 11, 21, 19 a 9 a posledný 11, 13, 17 a 19 zárezov. Právom si môžeme klásť otázku, či má usporiadanie týchto zárezov nejaký matematický význam. Od objavenia kosti sa vynorili rôzne, niekedy až bizarné teórie. Tie serióznejšie uvádzali, že to bol prostý záznam počtu nejakých predmetov, tie fantastičejšie spájali kosť s astronómiou, prípadne tvrdili, že kosť vlastne bola schémou ženského cyklu.

Sám objaviteľ kosti videl v týchto zárezoch ukrytú aritmetickú hru. V strednom stĺpci videl zdvojnásobovanie (približne), v pravom pravdepodobný rytmus $10 + 1$, $20 + 1$, $20 - 1$, $10 - 1$ a v treťom prvočísla medzi 10 a 20 vo vzostupnom rade. Túto teóriu však nepodporuje žiadny zo zriedkavých nálezov z týchto čias. Aritmetické hry v pravekej Afrike sú navyše málo pravdepodobné.

Oveľa viac tieto vyryté zárezy pripomínajú nejaký systém, ktorý bol rozvinutý na základe čísel 6 a 10. Potom totiž spodné dve čísla zo stredného stĺpca a podobne čísla ľavého stĺpca vyhovujú v systéme postavenom na číslach 6: $5 = 6 - 1$, $7 = 6 + 1$, $11 = 2 \cdot 6 - 1$, $13 = 2 \cdot 6 + 1$, $17 = 3 \cdot 6 - 1$, $19 = 3 \cdot 6 + 1$. Zodpovedajú tomu aj čísla pravého stĺpca, založené na číslach 10, ktoré tvoria podobnú postupnosť: $9 = 10 - 1$, $11 = 10 + 1$, $19 = 2 \cdot 10 - 1$ a $21 = 2 \cdot 10 + 1$ [1, s. 11–13].



Obr. 1: Schéma kosti z Ishanga [1, s. 13]

Samotné nálezy, ktoré vykazujú náznaky matematického myslenia v Afrike, sú veľmi vzácne. Bolo pritom veľké šťastie, že sa zachovala samotná kosť z Ishanga, čomu určite prispela štvormetrová vrstva popola, ktorá ju a ostatné nálezy prikrývala.

V minulosti v tomto regióne bolo na počítanie používaných mnoho iných predmetov, napríklad paličky alebo šnúrky s uzlíkmi, ktoré však pozostávali z menej trvácnych materiálov, a preto sa nemuseli zachovať. Keď sa v 19. storočí európski objavitelia prvýkrát dostali do oblasti Veľkých afrických jazier, boli udivení, ako si tunajšie obyvateľstvo zaznačovalo na takéto uzlíkové šnúrky dni v týždni, resp. mesiaci, číselné výpočty, množstvo vody a potravy alebo počet sloních klov. Je prav-

depodobné, že rovnako sa počty značili už oveľa skôr. Navyše sa ešte dodnes zachovala u niektorých afrických kultúr tradícia pálenia týchto šnúrok, čo mohlo tiež prispieť k ich slabému výskytu [1, s. 12].

Ďalšie dôkazy, ktoré svedčia o určitom stupni matematického myslenia, by sa dali zaradiť k tzv. geometrickým nálezom. Ľudia v praveku prichádzali do kontaktu s problémami, ktoré si vyžadovali aspoň minimálne geometrické predstavy; napríklad pri orientovaní sa v čase a priestore pri obstarávaní potravy. Keramické výrobky svedčia o predstavách tvaru a formy. Stavba obydlí, hrobov a valov bola bez abstraktných predstáv, čiže bez predstáv ich budúceho výzoru nemožná. Pozoruhodné sú najmä megalitické stavby, ako napríklad známe anglické Stonehenge, pričom niektoré z nich pochádzajú až zo 4. tisícročia pred Kr.

Takisto aj pozorovanie hviezdnej oblohy viedlo k určitým úvahám o priestore. Po celom svete sa zachovalo mnoho pravekých stavieb, ktorých štruktúra svedčí o astronomických pozorovaniach. Takýmto najstarším pravekým observatóriom v strednej Európe sú kruhové valy pri Gosecku v Nemecku, ktoré pochádzajú z obdobia približne 5 000 rokov pred Kr. Pôvodcom tejto stavby bola tzv. kultúra so šnúrovou keramikou. Postavenie týchto kruhových valov dovoľovalo roľníkom presne určenie ročného obdobia v závislosti od polohy Slnka, čo bolo dôležité pre začiatok osevu a žatvy. Dve z troch brán v dvojitéch palisádach slúžili na presné určenie východu a západu Slnka počas zimného slnovratu. Pre určenia východu a západu Slnka počas letného slnovratu slúžili medzery medzi kolmi zarazenými do zeme. Toto observatórium bolo o 2 000 rokov staršie ako Stonehenge, ktoré slúžilo k podobným účelom [3, s. 14].

Možno konštatovať, aj keď samotná matematika ako „veda“ v praveku ešte neexistovala, matematické myslenie už praveký človek mal a to zaberalo v jeho živote určité miesto. To bolo spočiatku len nepatrné, avšak pomaly ale isto začalo zohrávať dôležitú rolu v živote pravekého človeka a jednotlivých ľudských spoločností.

Literatura

- [1] Huylebrouck, D.: Afrika, die Wiege der Mathematik. *Spektrum der Wissenschaft. Ethnomathematik*. 2 (2006), s. 10–15.
- [2] Kolman, A.: *Dějiny matematiky ve starověku*. Academia, Praha, 1969.
- [3] Wußing, H.: *6 000 Jahre Mathematik*. Springer, Berlin–Heidelberg, 2008.
- [4] Znám, Š., Bukovský, L., Hejný, M. a kol.: *Pohľad do dejín matematiky*. Alfa, Bratislava, 1986.