Rozhledy matematicko-fyzikální

Pavel Töpfer

Ústřední kolo 62. ročníku Matematické olympiády kategorie P a úlohy kategorie A

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 88 (2013), No. 3, 55–57

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146538

Ústřední kolo 62. ročníku Matematické olympiády kategorie P a úlohy kategorie A

Pavel Töpfer, MFF UK Praha

Ve dnech 20.–22. 3. 2013 se konalo v Jihlavě ústřední kolo 62. ročníku Matematické olympiády – kategorie P. Soutěž probíhala tradičně ve druhé polovině týdne v přímé návaznosti na ústřední kolo Matematické olympiády, kategorie A. Organizátorem celého ústředního kola MO bylo Gymnázium Jihlava, v počítačových učebnách této školy se také odehrávala praktická část. Odbornou náplň soutěže zajistili pracovníci a studenti z Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Připravili soutěžní úlohy, soutěžní prostředí na počítačích (testovací data a vyhodnocovací software) a také na místě zajistili opravování odevzdaných řešení.

V letošním ústředním kole MO kategorie P soutěžilo 25 z 27 pozvaných úspěšných účastníků krajských kol. Osm z nich se probojovalo do ústředního kola MO v obou kategoriích A a P, takže ti strávili v Jihlavě celý týden a v jeho průběhu absolvovali obě vrcholné soutěže. První soutěžní den ústředního kola kategorie P je teoretický. Probíhá obdobně jako krajské kolo, tedy bez použití počítačů. Studenti v této části soutěže řeší tři úlohy zaměřené na návrh efektivního algoritmu pro zadaný problém. Některé úlohy obvykle navazují na domácí a krajské kolo, jedna z teoretických úloh vždy pracuje s nějakým neobvyklým výpočetním modelem, který prochází všemi koly příslušného ročníku olympiády. Druhý soutěžní den ústředního kola je praktický, studenti v něm soutěží u počítačů. Řešení dvou praktických úloh je třeba dovést až do podoby odladěných funkčních programů. Odevzdané programy jsou po skončení soutěže testovány pomocí předem připravené sady testovacích vstupních dat, přičemž se hodnotí nejen správnost dosažených výsledků, ale i rychlost výpočtu. Pomocí časových limitů omezujících dobu výpočtu programu lze odlišit kvalitu různých řešení z hlediska časové složitosti zvoleného algoritmu. Praktická část ústředního kola MO-P probíhá v obdobných podmínkách a podle stejných pravidel, jaká se uplatňují i při mezinárodních středoškolských olympiádách v informatice.

Za každou teoretickou soutěžní úlohu může řešitel získat maximálně 10 bodů, za každou z praktických úloh nejvýše 15 bodů. V každém ze soutěžních dnů tak může soutěžící obdržet až 30 bodů. Na základě dosažených bodů se stanovuje výsledné pořadí, přičemž vzájemné umístění řešitelů se stejným bodovým součtem je odvozeno podle dalších pomocných pravidel. V souladu s novým organizačním řádem olympiády byli čtyři nejlepší soutěžící vyhlášeni vítězi ústředního kola, další čtyři obdrželi diplom úspěšného řešitele a další čtyři diplom úspěšného účastníka.

Výsledky ústředního kola 62. ročníku MO kategorie P:

Vítězové:

1. *Štěpán Šimsa* (8/8 G J. Jungmanna, Litoměřice), 49 b.
2. *Ondřej Hlavatý* (8/8 G J. V. Jirsíka, České Budějovice), 30 b.
3. *Mark Karpilovskij* (8/8 G tř. Kpt. Jaroše, Brno), 29 b.
4. *Martin Raszyk* (3/4 G Karviná), 29 b.

Úspěšní řešitelé:

5. *Jan-Sebastian Fabík* (3/4 G tř. Kpt. Jaroše, Brno), 28 b.
6. *Martin Hora* (7/8 G G. Mikulášské nám., Plzeň), 26 b.
7. *Ondřej Cífka* (8/8 G Nad Alejí, Praha 6), 23 b.
8. *Vojtěch Hlávka* (8/8 G a ZUŠ Šlapanice), 23 b.

Úspěšní účastníci:

9. *Lukáš Ondráček* (8/8 G Ostrava–Zábřeh), 22 b.
10. *Anh Dung Le* (5/6 G Tachov), 19 b.
11. *Václav Volhejn* (4/8 G J. Keplera, Praha 6), 18 b.
12. *Michal Punčochář* (7/8 G Jírovcova, České Budějovice), 17 b.

Na základě výsledků dosažených v 62. ročníku Matematické olympiády v kategorii P byli vybráni čtyři reprezentanti, kteří se v červenci 2013 zúčastní v Austrálii 25. mezinárodní olympiády v informatice IOI 2013. Další naše čtyřčlenné reprezentační družstvo bude soutěžit na 20. středoevropské olympiádě v informatice CEOI 2013, která se uskuteční v první polovině října v Chorvatsku. Družstvo pro IOI je tvořeno čtyřmi vítězi ústředního kola, do družstva pro CEOI jsou zařazeni další čtyři mladší úspěšní řešitelé, kteří letos ještě nebudou maturovat a kteří navíc splňují stanovený věkový limit pro účast v této soutěži.

Podrobnější informace o průběhu celého 62. ročníku MO kategorie P, kompletní výsledkovou listinu, texty soutěžních úloh i jejich vzorová řešení najdete na Internetu na adrese `http://mo.mff.cuni.cz/`. Zde se můžete seznámit i se staršími ročníky této soutěže a také se všemi aktuálními informacemi týkajícími se Matematické olympiády – kategorie P.

Úlohy MO v kategorii A

Nakonec ještě uvádíme úlohy, které řešili soutěžící v kategorii A:

1. Najděte všechny dvojice celých čísel a, b, pro něž platí rovnost
$$\frac{a^2+1}{2b^2-3}=\frac{a-1}{2b-1}.$$
(*Pavel Novotný*)

2. Každý ze zbojníků v n-členné družině ($n \geq 3$) naloupil určitý počet mincí. Všech naloupených mincí bylo $100n$. Zbojníci se rozhodli rozdělit kořist následujícím způsobem: v každém kroku dá jeden ze zbojníků po jedné minci jiným dvěma. Najděte všechna přirozená čísla $n \geq 3$, pro která po konečném počtu kroků může mít každý zbojník 100 mincí bez ohledu na to, kolik mincí jednotliví zbojníci naloupili. (*Ján Mazák*)

3. V rovnoběžníku $ABCD$ se středem S označme O střed kružnice vepsané trojúhelníku ABD a T bod jejího dotyku s úhlopříčkou BD. Dokažte, že přímky OS a CT jsou rovnoběžné. (*Jaromír Šimša*)

4. Na tabuli je napsáno v desítkové soustavě celé kladné číslo N. Není-li jednomístné, smažeme jeho poslední číslici c a číslo m, které na tabuli zůstane, nahradíme číslem $|m-3c|$. (Například bylo-li na tabuli číslo $N = 1\,204$, po úpravě tam bude $120 - 3 \cdot 4 = 108$.) Najděte všechna přirozená čísla N, z nichž opakováním popsané úpravy nakonec dostaneme číslo 0. (*Peter Novotný*)

5. Je dán rovnoběžník $ABCD$ takový, že paty K, L kolmic z bodu D po řadě ke stranám AB, BC jsou jejich vnitřními body. Dokažte, že $KL \parallel AC$, právě když
$$|\sphericalangle BCA| + |\sphericalangle ABD| = |\sphericalangle BDA| + |\sphericalangle ACD|.$$
(*Ján Mazák*)

6. Najděte všechna kladná reálná čísla p taková, že nerovnost
$$\sqrt{a^2+pb^2}+\sqrt{b^2+pa^2} \geq a+b+(p-1)\sqrt{ab}$$
platí pro libovolnou dvojici kladných reálných čísel a, b. (*Jaromír Šimša*)