Lucie Růžičková

Ústřední kolo 64. ročníku Matematické olympiády, kategorie A

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 90 (2015), No. 4, 45–48

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/146641

Ústřední kolo 64. ročníku Matematické olympiády, kategorie A

Lucie Růžičková, GChD Zborovská, Praha 5

Pořádáním Ústředního kola 64. ročníku Matematické olympiády v roce 2015 byla pověřena Krajská komise MO Praha. Zajímavou rovnost $64 = 2^{0+1+5}$ ztvárnil tým organizátorů z pražského Gymnázia Christiana Dopplera v podobě loga této významné akce, nad níž převzala záštitu radní hlavního města Prahy pro školství a sociální politiku Ing. Mgr. Irena Ropková.

Účastníci soutěže se v neděli 22. března odpoledne ubytovali na pražském Černém Mostě v Hotelu Pramen, který provozuje SOU gastronomie a podnikání. Slavnostní zahajovací večer soutěže se konal v reprezentativních prostorech Rezidence primátora hlavního města Prahy v historickém centru města na Mariánském náměstí. K účastníkům soutěže postupně krátce promluvili a hodně štěstí při řešení náročných úloh popřáli: ředitelka Gymnázia Christiana Dopplera Mgr. Renata Pauchová, radní hlavního města Prahy Ing. Mgr. Irena Ropková, děkan MFF UK prof. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc., děkan FIT ČVUT prof. Ing. Pavel Tvrdík, CSc. a nakonec předseda Jednoty českých matematiků a fyziků RNDr. Josef Kubát. Vrcholem formální části večera bylo vystoupení předsedy Ústřední komise Matematické olympiády doc. RNDr. Jaromíra Šimši, CSc., který ve svém projevu inspirovaném logem letošního ústředního kola poutavě propojil historii MO a práci s mocninami čísla dvě. Po oficiálním zahájení soutěže byl pro všechny přítomné připraven bohatý slavnostní raut.

Soutěžní program odstartoval v pondělí 23. března ráno v konferenční místnosti Hotelu Pramen. Zatímco se řešitelé kategorie A trápili první trojicí soutěžních úloh, členové ÚK MO se sešli na tradičním zasedání. V odpoledních hodinách se soutěžící i hosté vydali na procházku historickým centrem Prahy po stopách slavných matematiků a fyziků. Hosté pak přijali pozvání na návštěvu v sídle pořadatelské školy, tedy v budově Gymnázia Christiana Dopplera pod Petřínem. Po krátké besedě o historii i současnosti školy následovalo neformální posezení spojené s občerstvením. Poté se hosté přesunuli na druhý břeh řeky Vltavy do Studia Ypsilon, kde zhlédli představení Škaredá středa. V úterý 24. března dopoledne řešili soutěžící druhou trojici úloh, odpoledne pak byl na programu pořad Praha korunovaná hvězdami v Planetáriu Praha. Ústřední kolo 64. ročníku Matematické olympiády kategorie A bylo zakončeno ve středu 25. března v 10 hodin slavnostním vyhlášením výsledků v Brožíkově síni Staroměstské radnice.

Blahopřejeme úspěšným řešitelům k výbornému výkonu, ale i všem ostatním soutěžícím k účasti v ústředním kole. Děkujeme za finanční i organizační podporu Magistrátu hlavního města Prahy. Děkujeme i všem dalším sponzorům a partnerům; jsou to zejména: JČMF, MŠMT ČR, Skupina ČEZ, MFF UK, FIT ČVUT, Městská část Praha 5, SOU gastronomie a podnikání, Auroton a Tiskárna Irena Kadečková. Velký dík patří celému týmu organizátorů z Gymnázia Christiana Dopplera.

Výsledky III. kola 64. ročníku Matematické olympiády kategorie A:
Vítězové:

1. *Radovan Švarc* (8/8 G Česká Třebová), 42 b.
2. *Pavel Turek* (6/8 G Olomouc-Hejčín), 42 b.
3. *Tomáš Fiala* (8/8 G Ledeč nad Sázavou), 39 b.
4. *Vojtěch Dvořák* (8/8 G Jiřího Gutha-Jarkovského, Praha 1), 35 b.
5. *Václav Rozhoň* (8/8 G J. V. Jirsíka, České Budějovice), 34 b.
6. *Jan Soukup* (8/8 G Jaroslava Vrchlického, Klatovy), 32 b.
7. *Matěj Konečný* (8/8 G České Budějovice, Jírovcova 8), 30 b.
8. *Marian Poljak* (7/8 G Jakuba Škody, Přerov), 29 b.
9. *Filip Bialas* (6/8 G Opatov, Praha 4), 26 b.
10. *Jan Jurka* (4/4 G Matyáše Lercha, Brno), 20 b.
11. *Viktor Němeček* (8/8 G Jihlava), 20 b.
12. *Karolína Kuchyňová* (4/4 G Matyáše Lercha, Brno), 20 b.

Další úspěšní řešitelé:

13. *Petr Vincena* (8/8 G Jakuba Škody, Přerov), 18 b.
14. *Jan Šorm* (7/8 G Brno, třída Kapitána Jaroše), 17 b.
15. *Vojtěch Suchánek* (8/8 G Brno, třída Kapitána Jaroše), 17 b.
16. *Lucien Šíma* (7/8 PORG, Praha 8), 17 b.
17. *Daniel Pišťák* (7/8 G Christiana Dopplera, Praha 5), 17 b.
18. *Vojtěch Lukeš* (7/8 G Luďka Pika, Plzeň), 16 b.

19. *Dominik Beck* (4/4 G Ivana Olbrachta, Semily), 14 b.
20. *Martin Zahradníček* (8/8 Gymnasium Šlapanice), 14 b.
21. *Martin Surma* (8/8 G Jiřího Wolkera, Prostějov), 13 b.
22. *Jan Petr* (6/8 G Jana Keplera, Praha 6), 12 b.
23. *Ester Sgallová* (7/8 G Christiana Dopplera, Praha 5), 12 b.

Obr. 1. Zleva Tomáš Fiala, Pavel Turek, Radovan Švarc

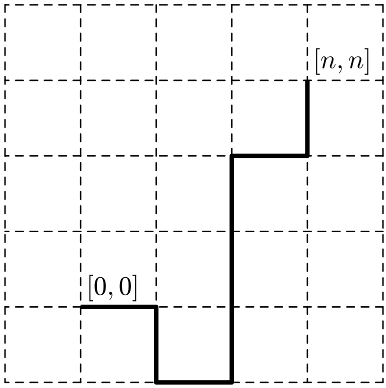
Na závěr ještě uveďme, jaké úlohy soutěžící řešili:

1. Najděte všechna čtyřmístná čísla n taková, že zároveň platí:
   i) číslo n je součinem tří různých prvočísel;
   ii) součet nejmenších dvou z těchto prvočísel je roven rozdílu největších dvou z nich;
   iii) součet všech tří prvočísel je roven druhé mocnině jiného prvočísla.

2. Pro dané přirozené číslo n určete počet cest délky $2n+2$ z bodu $[0;0]$ do bodu $[n;n]$, které žádným bodem neprocházejí vícekrát. Cestou délky $2n+2$ z bodu $[0;0]$ do bodu $[n;n]$ rozumíme $(2n+2)$-člennou posloupnost

$$(A_0A_1; A_1A_2; A_2A_3; \ldots; A_{2n+1}A_{2n+2})$$

úseček spojujících dva sousední mřížové body, přičemž $A_0 = [0;0]$, $A_{2n+2} = [n;n]$.



3. V libovolném trojúhelníku ABC, ve kterém těžnice z vrcholu C není kolmá na stranu CA ani na stranu CB, označme X a Y průsečíky osy této těžnice s přímkami CA a CB. Najděte všechny takové trojúhelníky ABC, pro něž body A, B, X, Y leží na téže kružnici.

4. V oboru reálných čísel řešte soustavu rovnic:

$$a(b^2 + c) = c(c + ab)$$
$$b(c^2 + a) = a(a + bc)$$
$$c(a^2 + b) = b(b + ca)$$

5. Je dán trojúhelník ABC, jehož každé dvě strany se liší aspoň o délku $d > 0$. Označme T jeho těžiště, I střed kružnice vepsané a ϱ její poloměr. Dokažte, že

$$S_{AIT} + S_{BIT} + S_{CIT} \geq \frac{2}{3} d\varrho,$$

kde S_{XYZ} značí obsah trojúhelníku XYZ.

6. Je dáno přirozené číslo $n > 2$. Určete největší celé číslo d, pro něž platí následující tvrzení: Z libovolné n-prvkové množiny celých čísel lze vybrat tři různé neprázdné podmnožiny tak, že součet prvků každé z nich je celočíselným násobkem čísla d. (Vybrané podmnožiny mohou mít společné prvky.)