Rozhledy matematicko-fyzikální

Karel Kolář

Co je to FYKOS? Proč ho řešit?

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 94 (2019), No. 2, 46–53

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/148006`

Co je to FYKOS? Proč ho řešit?

Karel Kolář, MFF UK, Praha

Abstrakt. Seznámíte se s FYKOSem, který je nejen Fyzikálním korespondenčním seminářem pro středoškoláky, ale i souborem dalších atraktivních aktivit pro zájemce o fyziku. V druhé části článku si můžete přečíst ukázky pár zajímavých úloh z nedávných ročníků FYKOSu se stručnými řešeními.

Co je FYKOS a co všechno pořádá?

FYKOS

FYKOS je název pocházející ze zkratky názvu FYzikální KOrespondenční Seminář[1]. To je také ústřední aktivitou FYKOSu – soutěž jednotlivců, která probíhá dálkovou formou v průběhu celého školního roku. Organizátoři FYKOSu, vysokoškoláci, zveřejní na webu zadání série úloh[2]. Účastníci, středoškoláci se zájmem o fyziku, mají zhruba pět týdnů na to, aby zpracovali svá řešení. Ta pak pošlou elektronicky či poštou organizátorům. Organizátoři řešení opraví, obodují a pošlou poštou zpět účastníkům s komentáři, co bylo správně a co by případně mohli do příště zlepšit. Na základě získaných bodů v průběhu celého ročníku se vytvoří pořadí úspěšnosti řešitelů, které slouží i pro jejich odměnění. Úspěšní řešitelé ročníků získávají osvědčení, které jim může posloužit například k prominutí přijímacího řízení na Matematicko-fyzikální fakultu Univerzity Karlovy.

Do soutěže je možné se připojit kdykoliv v průběhu školního roku. Řešitel nemusí zasílat řešení všech úloh – může si vybrat jenom ty, které se mu líbí nebo o kterých si myslí, že je zpracuje správně. Vítána jsou i částečná řešení problémů, i za ně je možné získat body, byť ne plný počet.

Soustředění

Řešitelé, kteří přijmou pozvání na soustředění[3], považují soustředění za největší odměnu za řešení FYKOSu v průběhu roku. Jde o akci, které

[1] Webové stránky Fyzikálního korespondenčního semináře: `https://fykos.cz`

[2] Aktuální zadání úloh FYKOSu: `http://fykos.cz/zadani`

[3] Soustředění FYKOSu: `https://soustredeni.fykos.cz`

se dvakrát ročně zúčastní zhruba 28 středoškoláků, kteří mají podobné zájmy. Soustředění obvykle trvá od soboty do další neděle. Za tu dobu se účastníci mnohé naučí – jak v rámci přednášek, tak i různých her. Hry jsou zaměřené jak na rozvoj analytického myšlení, tak i na soft-skills a v neposlední řadě jsou zpestřením programu.

Fyziklání, Náboj

Organizátoři FYKOSu chystají pro středoškoláky také další tři mezinárodní soutěže, které jsou až pro pětičlenné týmy. Ty se od FYKOSu dále liší tím, že na řešení úloh mají týmy jenom pár hodin času. FYKOSí Fyziklání[4)] probíhá v Praze, Fyziklání online[5)] na internetu a Fyzikální Náboj[6)] v Praze, Ostravě a na dalších místech v zahraničí. Podrobnosti o akcích naleznete na jejich webových stránkách.

Exkurze

FYKOS pořádá jednou ročně Den s experimentální fyzikou (DSEF)[7)]. V průběhu jednoho dne zájemci dopoledne navštíví různá experimentální pracoviště na Matfyzu (MFF UK) a odpoledne pokračují na dalších pracovištích, např. FzÚ AV ČR či ÚJV Řež. Setkají se s fyziky, od nichž se dozví aktuální stav poznání vědy a jaké otázky se dnes zkoumají.

Nepravidelnou akcí je Týden s aplikovanou fyzikou (TSAF)[8)]. Jedná se obvykle zhruba o týden plný exkurzí. Účastníci navštíví jak vědecká pracoviště zabývající se základním výzkumem, továrny na výrobu aut či letadel, tak například i science centrum. Již několikrát byla akce uspořádána formou poznávacího zájezdu s hlavním cílem CERN ve Švýcarsku. Některé roky se akce zaměřuje na zajímavosti ČR a vyjíždí se na jednotlivé exkurze z Prahy, kde jsou účastníci ubytováni.

Další aktivity

Do minulého ročníku probíhaly pravidelně FYKOSí přednášky[9)] na Matfyzu v Troji. Zatím nejsou pro 2019/20 žádné v plánu, ale pokud by skupina zájemců kontaktovala organizátory, pak je možné nějakou vyhlásit v průběhu roku.

[4)] FYKOSí Fyziklání: `https://fyziklani.cz/`

[5)] Online Fyziklání: `https://online.fyziklani.cz/`

[6)] Fyzikální Náboj: `https://physics.naboj.org/`

[7)] Den s experimentální fyzikou: `https://dsef.fykos.cz`

[8)] Týden s aplikovanou fyzikou: `https://tsaf.fykos.cz`

[9)] Přednášky FYKOSu: `https://prednasky.fykos.cz`

Příležitostně FYKOS pořádá další jednorázové akce či se zapojuje do aktivit pořádaných MFF UK. Organizátory můžete také potkat na dalších fyzikálních akcích.

Ukázky úloh FYKOSu

FYKOS má několik druhů úloh. Již téměř 10 let má každá série následující složení úloh

- Jednoduché (1., 2.) – nejjednodušší úlohy, byť nemusí být vždy přímočaré. Účastníci 2. ročníku SŠ a mladší mají body z těchto úloh násobené dvěma.
- Normální (3.–5.) – již složitější úlohy.
- Problémové (P) – často otevřený problém, bývá více možností přístupu k jejich řešení.
- Experimentální (E) – úloha, pro jejíž zpracování je potřeba něco změřit a měření zpracovat.
- Seriálová (S) – úloha, která se týká textu, který je zveřejňován společně se zadáním série. V průběhu ročníku bývá věnován jednomu tématu – buď fyzikálnímu či nějakému aparátu, který fyzikové využívají ve své práci.

Kromě aktuálních zadání je možné nalézt na webových stránkách i vzorová řešení úloh, které byly zadány v minulosti, a také celé ročenky[10)], ve kterých naleznete jak vzorová řešení úloh ročníku, tak souborné texty seriálů a zprávy o průběhu aktivit. Za historii FYKOSu je možné nalézt na webu více než tisícovku řešených úloh.

Další částí článku jsou ukázky jednotlivých typů úloh – jak z nedávné doby, tak i archivní. Řešení jsou pouze stručně načtrnuta, podrobnější verze můžete nalézt na webu[11)].

Jednoduchá – 32-3-1 – Zlevněné banány

Zadání Mikuláš v obchodě vložil několik banánů do igelitového sáčku. Před jejich zvážením ho napadlo, že kdyby pytlík naplnil místo vzduchu heliem, budou banány stát o něco méně. Helium Mikuláš koupil ve slevě za jednu korunu na litr při standardním tlaku. Jaká musí být cena banánů, aby se mu tento „podvod“ vyplatil?

---

10) Ročenky FYKOSu: `https://fykos.cz/ulohy/rocenky`

11) Zadání úloh FYKOSu: `http://fykos.cz/zadani`

Bonus: Nalezněte plyn, u kterého se vyplatí plnit jím sáček při ceně banánů 30 Kč na kilogram. Nezapomeňte citovat zdroje ceny daného plynu.

K řešení Občas jsou úlohy FYKOSu přímo ze života. Například tato byla inspirovaná myšlenkami na to, jak co nejvíc ušetřit po vzoru Járy Cimrmana, který prý plnil vodíkem dopisy, které zasílal své matce. Tedy do té doby než zjistil, že jeho matka dopisy nedostává, protože se na poště kvůli prudkému razítkování vzňaly (dle úvodního semináře ke hře Hospoda na mýtince).

Věnujme se však samotnému řešení úlohy. Jde o ne příliš složitou aplikaci vztlakové síly. Stačí si uvědomit, že celková efektivní síla, kterou bude plyn nadlehčovat pytlík, bude úměrná rozdílu hustot plynu uvnitř pytlíku ρ_{He} a okolního vzduchu ρ_{vzd}. Z té pak určíme hmotnost banánů Δm_{B}, kterou ušetříme, z následujícího:

$$F = (\rho_{\mathrm{vzd}} - \rho_{\mathrm{He}}) V g = \Delta m_{\mathrm{B}} g,$$

kde g je tíhové zrychlení a V objem plynu v pytlíku. Pokud kilogram helia stojí $C_{\mathrm{He}} = 5\,100\,\mathrm{CZK.kg^{-1}}$, pak nám vychází cena banánů, pro kterou by se nám akce vyplatila, jako

$$C_{\mathrm{B}} \geq \frac{C_{\mathrm{He}}}{\frac{\rho_{\mathrm{vzd}}}{\rho_{\mathrm{He}}} - 1} \doteq 900\,\mathrm{CZK}.$$

Pokud se podíváme na další dostupné plyny, tak zjistíme, že jako výhodný vychází asi pouze zemní plyn. Zejména kvůli tomu, že je levný a současně má nižší hustotu než vzduch.

Normální – 22-6-1 – Odpor je marný

Zadání Vypočítejte odpor n-rozměrné krychle mezi dvěma nejvzdálenějšími vrcholy (ty o souřadnicích $(0, 0, \ldots, 0)$ a $(1, 1, \ldots, 1)$. Zkuste začít od trojrozměrné a použijte stejný postup.

K řešení Úloha je vybrána ze staršího ročníku, kdy ještě nebyly systematicky zadávány jednoduché úlohy v sérii a celkový počet úloh v sérii byl o jednu menší. Podle dnešního třídění by šlo jistě o „normální“ úlohu.

Aby si řešitel udělal představu o tom, jak to funguje pro obecné n v nějaké n-rozměrné krychli, je dobré začít od těch n, která si lze jednoduše představit. Dokonce je dobré začít v úvahách i v 1D, pokračovat ve 2D a 3D a pak usoudit, jakým způsobem řešení zobecnit.

Prvním krokem nechť je tedy jednorozměrná krychle. Jde pouze o jednu hranu, která má odpor R. Celkový odpor je tedy $R_1 = R$.

Ve dvou dimenzích máme čtverec. Jde o dvojici paralelně zapojených větví, kde v každé jedné jsou dva odpory sériově. Celkový odpor dostáváme jako

$$R_2 = \left(\frac{1}{R+R} + \frac{1}{R+R}\right)^{-1} = R.$$

Nesmíme se však nechat zmást těmito prvními dvěma případy, které shodou náhod vyšly stejně, a pokračujeme ve 3D. To je trochu složitější situace. Zkusme se zamyslet nad pravidly, která platí pro každý vrchol a hrany n-rozměrné krychle a která by se dala použít. První důležitou vlastností je, že v n rozměrech bude z každého vrcholu n-rozměrné krychle vystupovat právě n hran. Druhou důležitou vlastností je, že cesta, kterou bude krychlí procházet elektrický proud, bude mít vždy cestu dlouhou právě n hran. Poslední důležitou vlastností je symetrie krychle (předpokládáme, že všechny hrany jsou rovnocenné). Pokud ji otočíme, nesmíme poznat rozdíl. Což ovšem znamená, že můžeme vodivě spojit vždy všechny vrcholy, které mají stejnou vzdálenost od vrcholů, na které připojujeme napětí. Zapojení je ekvivalentní, protože by i při tomto zapojení netekl skrze nově vytvořené vodivé spojení žádný elektrický proud, ale pro výpočet je situace jednodušší.

Na základě předchozích pravidel si pak můžeme upravit vztah pro 2D tak, že z nultého vrcholu jdou dva rezistory zapojené paralelně a dále jsou dva rezistory opět zapojené paralelně. Dostaneme stejný výsledek, ale trochu jiným způsobem.

Pro 3D krychli uvážíme, že u vstupního a výstupního bodu máme tři rezistory paralelně. Tím jsme určili 2/3 cesty – ale ještě musíme uvážit, kolik rezistorů bude ve střední části. Protože z každého vrcholu musí jít tři rezistory – z nultého bodu jdou tři do tří různých vrcholů, pak z každého musí jít další dva dále. Prostřední blok má tedy paralelně 6 rezistorů a dostáváme

$$R_3 = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3} = \frac{5}{6}R.$$

Dále si uvědomíme, že výše uvedená pravidla nás navádějí k tomu, že sčítáme vždy převrácené hodnoty n-tého řádku Pascalova trojúhelníku násobeného n. Po troše rozmýšlení dojdeme k obecnému vztahu

$$R_n = R \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k \cdot \binom{n}{k}}.$$

Normální – 32-3-3 – Teplíčko v Dysonově sféře

Zadání Jaký poloměr by musela mít Dysonova sféra, aby obklopila hvězdu se zářivým výkonem Slunce tak, že na vnějším povrchu této sféry by byla teplota $t = 25\,^\circ\mathrm{C}$? Neuvažujte přítomnost atmosféry v Dysonově sféře. Dysonova sféra by měla být relativně tenká dutá struktura kulového tvaru obklopující danou hvězdu.

K řešení Dysonova sféra je vděčným tématem pro úlohy. Již několik úloh s tímto tématem bylo zadáno v rámci FYKOSího Fyziklání či Fyziklání online. Tentokrát je úkolem odhadnout poloměr sféry, aby měla žádanou teplotu.

Dysonova sféra o poloměru r bude mít vnější povrch $S = 4\pi r^2$, ze kterého bude ztrácet energii zářením dle Stefanova-Boltzmannova zákona. Intenzita záření tělesa o termodynamické teplotě T je $M = \sigma T^4$. Pokud si vyhledáme celkový zářivý tok Slunce L, pak platí

$$L = \sigma T^4 S = 4\pi\sigma T^4 r^2 \;\Rightarrow\; r = \frac{1}{2T^2}\sqrt{\frac{L}{\pi\omega}} \doteq 1{,}74\,\mathrm{AU}$$

Pokud bychom si nalezli údaj o solární konstantě (průměrný tepelný tok, který prochází jednotkovou plochou ve vzdálenosti 1 AU od Slunce), pak můžeme využít tu a dostaneme obdobný výsledek. Výsledek je samozřejmě závislý na aktuálním tepelném toku přicházejícím od Slunce a v případě, že nám stavba bude trvat miliony let, tak se bude teplota při konstantním poloměru Dysonovy sféry měnit. Také jsme uvažovali, že se tepelný tok vyzařuje pouze ven. To je dobře opodstatněné tím, že při stacionárním stavu se všechen tepelný tok, který se vyzáří dovnitř Dysonovy sféry, opět absorbuje na Dysonově sféře. Dokud nebude sféra uzavřená, tak teplota bude významně nižší.

Problémová – 31-5-P – Plovoucí rtuť

Zadání Vymyslete co nejvíce fyzikálních „fíglů“, díky kterým by rtuť, alespoň po omezenou dobu, plavala na kapalné vodě. Čím trvalejší řešení naleznete, tím lépe.

K řešení Problémové úlohy jsou různých druhů – tato spadá do kategorie, ve které je důležité kreativní myšlení. Takové úlohy jsou hodnocené spíše co do počtu nápadů. Obecný postup u této úlohy je nalézt nějakou sílu, která bude působit na rtuť proti síle tíhové. Příklady řešení mohou být:

- Jednou možností je snažit se využít nějak foukání do vody. To by ovšem nejspíše vedlo ke klesání většiny objemu rtuti ke dnu.
- Rtuť zmrazíme v kapalném dusíku do tvaru lodičky, která bude nějakou dobu plavat, než roztaje.
- Rtuť rozdělíme na malé kuličky, které se díky povrchovému napětí na povrchu vody na ní udrží. To funguje pro velmi malé kuličky, ale pokud jich umístíme na povrch vody v menší oblasti větší množství, pak se k sobě přiblíží a spojí do větších, které již povrchové napětí vody neudrží.
- Rtuť má od vody odlišnou permeabilitu. Hypoteticky by tedy bylo možné vytvářet tak silné magnetické pole, ve kterém by držela rtuť nad vodou. Prakticky to ale není realizovatelné, protože rozdíl permeabilit je nízký a magnet by musel být monstrózní.

Experimentální – 22-6-E – Vratné lahve

Zadání Kupte si standardní skleněnou lahev od piva nebo minerálky a změřte, jak závisí výška tónu vydaného po fouknutí na hrdlo na výšce vodní hladiny v lahvi.

K řešení Měření je zajímavé tím, že jednak lze obvykle snadno naměřit jak frekvence, které by odpovídaly jednoduché polouzavřené trubce s délkou odpovídající přibližně výšce láhve, a tak i další frekvenci, která odpovídá dutinovému Helmholtzově rezonátoru. Samotné měření je relativně jednoduché. Stačí si připojit k počítači mikrofon a využít nějaký volně šiřitelný program pro měření zvuku se spektrální analýzou.

Základní frekvence trubky je

$$f_0 = \frac{c}{4l},$$

kde c je rychlost zvuku v daném prostředí a l je délka trubky. Další harmonické frekvence, které je možné slyšet a naměřit, jsou pak lichými násobky této základní frekvence, tedy $3f_0$, $5f_0$ atd.

Základní frekvence Helmholtzova rezonátoru je

$$f_{\mathrm{H}} = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{VL}},$$

kde S je průřez hrdla rezonátoru, V jeho objem a L délka.

Seriálová – 29-1-S – Zahřívací

Zadání (1. podúloha ze 4) Na rozehřátí a seznámení se s čísly zjistěte, do jaké výšky byste mohli zdvihnout průměrného člověka (70 kg), využijete-li celou energii běžné tyčinky Mars (okolo 250 Cal pro 50 g tyčinku). Také vypočtěte, jaká energie je $k_B T$ při pokojové teplotě a vyjádřete ji také v elektronvoltech (pokud neznáte takovou jednotku energie, vězte, že je to energie, kterou získá elektron při urychlení na rozdílu potenciálů 1 V, a číselně $1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$).

K řešení Jde o první a nejjednodušší úlohu seriálu 29. ročníku FYKOSu o termodynamice. Ten se snažil přiblížit celou širokou oblast termodynamiky co nejpřístupnějším způsobem a dostal se i k složitějším konceptům jako je entropie či Gibbsova energie.

Úloha je prakticky o převodech jednotek energie. Je potřeba si uvědomit, že $1\,\mathrm{Cal} \doteq 4\,200\,\mathrm{J}$ a potenciální energii člověka určíme ze vztahu

$$E_{\mathrm{Mars}} = m_{\mathrm{p}} g \Delta h,$$

kde $E_{\mathrm{Mars}} \doteq 1{,}05\,\mathrm{MJ}$ je energie jak tyčinky, tak využitá pro horolezecký výstup. Výška, o kterou bychom člověka, za zcela ideálních podmínek, zvedli, je

$$\Delta h = \frac{E_{\mathrm{Mars}}}{m_{\mathrm{p}} g} \doteq 1{,}5\,\mathrm{km}.$$

Energie uložená v tepelném pohybu části při pokojové teplotě, tedy zhruba 293 K, je $E_{\mathrm{term}} \doteq 25\,\mathrm{meV}$. Energie jedné částice je v řádu desítek milielektronvoltů.

Poděkování

Fyzikální korespondenční seminář pořádá a financuje Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy. Na organizaci FYKOSu se podílí studenti vysokých škol. FYKOSí Fyziklání a Fyziklání online spoluvyhlašuje Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy.