Pavel Pokorný

Mechanický akumulátor

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 95 (2020), No. 4, 37–39

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/148564`

cích a o jejich struktuře. Sledování atmosfériků může rovněž poskytnout cenné informace o aktuálním stavu vysoké atmosféry (ionosféry), neboť ten významně souvisí s podmínkami jejich šíření na velké vzdálenosti.

Ke sledování blesků na vzdálenosti řádově desítek až stovek km se dnes využívají sítě bleskových detektorů, které reagují na lokální změny elektromagnetického pole způsobené jednotlivými bleskovými výboji. Výsledná informace pak může být mj. jistou analogií radiolokačního sledování bouřek a umožňuje např. rozlišovat vnitřní blesky od blesků do země včetně určení jejich polarity. Do takové sítě organizované ve střední Evropě je zapojen i Český hydrometeorologický ústav.

Literatura

[1] Kopáček, J., Bednář, J., Žák, M.: *Jak vzniká počasí.* Karolinum, Praha, 2020.

Mechanický akumulátor

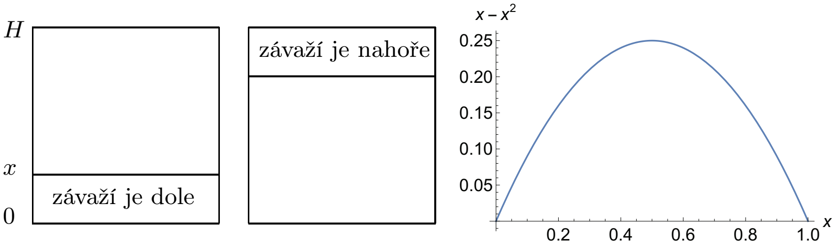
Pavel Pokorný, Ústav matematiky, VŠCHT Praha

Úlohy na hledání maxima nebo minima určité funkce jsou často velice důležité a praktické. V článcích [1] a [2] jsme se zabývali otázkou, jak dostříknout co nejdále. V tomto článku se podíváme na podobnou úlohu: jak navrhnout mechanický akumulátor, aby pojal co nejvíce potenciální energie.

Podobně jako u elektrického akumulátoru sloužícího k uchování, tedy akumulaci elektrické energie, můžeme mechanickou energii uchovávat v zařízení, které bychom mohli nazvat *mechanický akumulátor*. V případě kinetické energie poslouží rotující setrvačník. A v případě potenciální energie tíhové je asi nejznámější případ závaží u starých hodin zvaných pendlovky (obr. 1 vlevo). Obsluha hodin ručně vytáhne závaží do horní polohy a tím dodá systému mechanickou energii, která slouží k pohonu hodinového stroje. Pro uchování mnohem většího množství mechanické energie lze použít přečerpávací nádrž, např. u elektrárny Dlouhé stráně v Hrubém Jeseníku (obr. 1 vpravo).

Obr. 1: Vlevo: Historické hodiny zvané pendlovky využívají závaží k uchování mechanické energie. Vpravo: Vodní nádrž přečerpávací elektrárny Dlouhé stráně slouží jako akumulátor mechanické energie (na kopci vpravo nahoře).

Zabývejme se otázkou, jaká má být výška x závaží ve tvaru kvádru (o rozměrech a, b, x), které se může pohybovat nahoru a dolů v prostoru o výšce H, abychom jeho zvednutím v daném prostoru uchovali co možná nejvíce potenciální energie tíhové.



Obr. 2: Vlevo: schematický náčrt situace, kdy je závaží v dolní krajní poloze. Uprostřed: situace, kdy je závaží v horní krajní poloze. Vpravo: grafem funkce $y = x - x^2$ je parabola. Ta má maximum pro hodnotu x mezi průsečíky s vodorovnou osou, tedy pro $x = \frac{1}{2}$.

Je-li výška závaží x malá, bude malá i jeho hmotnost (předpokládáme homogenní těleso), a tedy bude malá i potenciální energie tíhová závaží v horní poloze. Na druhou stranu, bude-li výška závaží x blízká celkové výšce prostoru H, pak bude možná jen malá změna polohy závaží, a bude tedy také malá uchovaná energie. Očekáváme, že někde mezi hodnotami $x = 0$ a $x = H$ bude nastávat maximum uložené energie.

Změna výšky těžiště závaží je $\Delta h = H - x$ (mezi polohami, kdy je závaží dole a nahoře, viz obr. 2 vlevo a uprostřed). Objem závaží je $V = abx$ a jeho hmotnost je

$$m = \rho V = \rho abx,$$

kde ρ je hustota závaží. Uložená potenciální energie tíhová je

$$E = mg\Delta h = \rho abxg(H - x) = \rho abg(Hx - x^2).$$

Abychom našli maximum, spočteme derivaci této funkce podle x, tedy

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \rho abg(H - 2x).$$

Maximum nastává, když je derivace rovna nule, tedy

$$\rho abg(H - 2x) = 0$$

a to bude pro

$$x = \frac{H}{2}.$$

Pro $H = 1$ je na obr. 2 vpravo graf funkce

$$y = Hx - x^2 = x - x^2.$$

Ta má maximum pro $x = \frac{1}{2}$.

Závěr: Akumulátor potenciální energie tíhové pojme za daných podmínek maximum energie, bude-li výška závaží rovna polovině výšky prostoru, který máme k dispozici.

Poznámka: Nabízí se otázka, proč se pendlovky většinou vyrábějí s výškou závaží menší než je polovina výšky hodin. I s menším závažím stačí hodiny natahovat jednou za několik dnů, což v praxi postačuje. Výška hodin je dána podmínkou, aby kyvadlo bylo dostatečně dlouhé, aby mělo dlouho dobu kyvu.

Literatura

[1] Pokorný, P.: Jak dostříknout co nejdále. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, roč. 95 (2020), č. 1, s. 50–51.

[2] Pokorný, P.: Pod jakým úhlem a z jaké výšky lze dostříknout nejdále. *Rozhledy matematicko-fyzikální*, roč. 95 (2020), č. 2, s. 37–41.