

Učitel matematiky

Jo Boaler; Kateřina Erlebachová

Každý se může naučit matematiku na vysoké úrovni: Důkaz z neurovědy, který by měl změnit způsob, jakým učíme

Učitel matematiky, Vol. 27 (2019), No. 3, 135–142

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/148608>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2019

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

**KAŽDÝ SE MŮŽE NAUČIT MATEMATIKU
NA VYSOKÉ ÚROVNI:
DŮKAZ Z NEUROVĚD, KTERÝ BY MĚL
ZMĚNIT ZPŮSOB, JAKÝM UČÍME¹**

JO BOALER

Rok 2018 byl pro rodinu Letchfordových důležitý ze dvou spolu souvisejících důvodů. V tomto roce Lois Letchfordová vydala svou knihu *Reversed: A Memoir* (Letchford, 2018). V knize vypráví příběh svého syna Nicholase, který vyrůstal v Austrálii. Během prvních let Nicholasovy školní docházky bylo matce řečeno, že chlapec má poruchy učení, velmi nízké IQ, a že je „nejhorší dítě“, s jakým se učitelé za posledních dvacet let setkali. V roce 2018 také získal Nicholas doktorát z aplikované matematiky na Oxfordské univerzitě.

Nicholasova cesta od chlapce se specifickými potřebami až po doktorát na Oxfordské univerzitě je inspirující a hraje důležitou roli, neboť v žádném případě není ojedinělá. Svět je plný lidí, kteří byli ze začátku neúspěšnými studenty, dostávali negativní zprávy ze škol, ale přesto se někteří z nich stali jedněmi z nejvýznamnějších matematiků, vědců a dalších významných osobností naší společnosti. Nejznámějším příkladem je Albert Einstein. Někteří lidé odmítají význam těchto případů, protože si myslí, že se jedná o vzácné výjimky. Neurovědecké důkazy, které se objevily v posledních letech, ovšem poskytují jiné a důležitější vysvětlení. Znalosti, které nyní máme o fungování mozku, jsou tak významné, že

¹Z anglického originálu Jo Boaler: *Everyone Can Learn Mathematics to High Levels: The Evidence from Neuroscience that Should Change our Teaching* (Dostupné z: <https://blogs.ams.org/matheducation/2019/02/01/everyone-can-learn-mathematics-to-high-levels-the-evidence-from-neuroscience-that-should-change-our-teaching/#more-2392>) přeložila Kateřina Erlebachová.

by měly přinést posun ve způsobu vyučování, v předávání informací studentům, v rodičovské výchově a v provozování základních, středních, ale i vysokých škol. Tento článek shrne tři nejdůležitější oblasti neurovědy, které se přímo týkají výuky matematiky a též učení. Pro více informací o těchto zjištěních, nebo i jiných, navštivte stránky youcubed.org nebo si přečtěte *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching* (Boaler, 2016).

První důležitá oblast znalostí, ve které vyšly v posledních několika desetiletích najevo nové poznatky, ukazuje, že naše mozky mají nesmírnou schopnost růst a měnit se ve kterékoliv fázi života. Jeden z nejpřekvapivějších důkazů, které na tuto skutečnost ukazují, byl zjištěn sledováním a zkoumáním řidičů černých taxíků v Londýně. Lidé v Londýně smějí vlastnit a řídit tyto ikonické vozy pouze v případě, že úspěšně absolvují rozsáhlý a komplexní prostorový výcvik, ve kterém se v průběhu mnoha let učí všechny trasy ve 20milovém okruhu (zhruba 32 km) kolem Charing Cross v centru Londýna. Po ukončení tréninku absolvují test zvaný „Znalosti“ („The Knowledge“) – průměrný počet pokusů před úspěšným složením této zkoušky je dvanáct. Neurovědci se rozhodli studovat mozek těchto taxikářů a zjistili, že tento trénink prostorové orientace vedl k významnému nárůstu oblasti hippocampusu (Maguire et al., 2000). Zjistili také, že jakmile tito řidiči po odchodu do důchodu přestali prostorovou orientaci trénovat, hippocampus se opět zmenšil (Woollett & Maguire, 2011). Zkoumání řidičů černých taxíků jsou důležitá hned z několika důvodů. Za prvé byla provedena s dospělými v různých věkových kategoriích a všechna zkoumání vykazovala významné změny a růst v mozku. Za druhé, oblast mozku, u níž byl zaznamenán nárůst (hippocampus), je důležitá pro všechny formy prostorového a matematického myšlení. Vědecky prokázaný stupeň plasticity šokoval vědecký svět. V mozcích dospělých jedinců vznikala během učení nová spojení a nové cesty. Když tito zkoumaní jedinci přestali tuto znalost využívat, prostorové cesty zanikly. V posledních desetiletích se objevují stále další důkazy významného růstu mozku u lidí všech věkových kategorií. Tyto studie většinou probíhají

v osmitýdenních intervencích. Zjištění z těchto studií zpochybňují správnost jakýchkoliv praktik vydělování skupin a naznačování některým studentům, že nejsou schopni se naučit matematiku na jisté úrovni (Doidge, 2007). Nikdo neví, co je student schopen se naučit. A proto praktiky, které omezují rozsah výuky studentů, je třeba radikálně přehodnotit.

Před výsledky zkoumání londýnských taxikářů se obecně věřilo, že mozek je fixován buď už od narození, nebo od adolescence. Nynější studie ovšem ukazují na možné rozsáhlé změny mozku i u dospělých jedinců v důchodovém věku (Park et al., 2013). Kvůli navyklému způsobu myšlení, které ovlivnilo naši společnost po řadu generací, především ve vztahu k matematice, existuje potřeba změnit poselství, která dáváme studentům a jejich učitelům napříč celým vzdělávacím systémem. Studenti Stanfordské univerzity, které vyučuji, patří mezi ty, kteří dosahují nejlepších výsledků v zemi. Řada z nich se ovšem hned po prvním nepříznivém setkání s vysokoškolskou matematikou rozhodne, že „na matiku prostě nejsou“, a vzdají to. Posledních několik let se snažím vyvrátit tyto předsudky studentů tím, že vyučuji předmět „How to Learn Math“ neboli „Jak se naučit matematice“, ve kterém sdílím se studenty důkazy mozkového růstu a změn a další nové myšlenky o učení se. Moje zkušenost s výukou v tomto předmětu mi ukázala zranitelnost mladých lidí, kteří až příliš snadno uvěří, že nepatří do STEM (přírodní vědy, technika, technologie a matematika) předmětů. Bohužel, největší pravděpodobnost uvěřit, že nepatří ke studentům STEM předmětů, mají ženy a lidé jiné barvy pleti než bílé (Leslie, 2015). Není těžké pochopit, proč jsou tyto skupiny náchylnější těmto myšlenkám než bílí muži. Stereotypy týkající se pohlaví a barvy pleti jsou hluboko zakořeněny v naší společnosti a podporují právě mýtus, že ženy a lidé s odlišnou barvou pleti než bílou nemají schopnosti pro předměty STEM.

Druhá oblast neurovědy, kterou považují za transformativní, se zabývá pozitivním dopadem dlouhého bádání a usilování o pochopení. Vědci nyní vědí, že mozek nejlépe roste a mění se v situacích, kdy lidé pracují na náročných úlohách, a to vesměs v oblastech, které jsou velkou výzvou, dělají chyby, opravují je, pokračují,

dělají další chyby (Coyle, 2009; Moser et al., 2011). Učitelé napříč vzdělávacím systémem byli učeni, že jejich žáci by měli být neustále opravováni. Když žáci s něčím bojují a nejde jim to hned, učitelé často „zachraňují“ situaci tím, že rozdělí otázku na snazší části a sníží nebo zcela odstraní kognitivní požadavky. Porovnání výuky v Japonsku a USA ukázalo, že studenti v Japonsku tráví 44 % času „vymýšlením, přemýšlením a usilováním pochopit základní koncepty“, ale studenti v USA se do tohoto chování zapojují jen 1 % času stráveného ve škole (Stigler & Hiebert, 1999). Musíme změnit náš přístup ve třídě tak, abychom studentům dali více možností bojovat s koncepty a dovolit jim, aby si na řešení přišli sami. Ale studenti to budou dělat jen tehdy, pokud pochopí důležitost a hodnotu samostatného poznání a pouze pokud učitelé přestanou dlouhé bádání (namísto naučené odpovědi) brát jako známku slabosti. Jen ve třídách, kde se studenti cítí bezpečně a nebojí se i se myšlit, jsou oceňováni za sdílení i špatných nápadů, začnou studenti vnímat, že bádání jim otevírá cestu k učení.

Třetí důležitou oblastí neurověd je nový důkaz, který ukazuje, že když pracujeme na matematickém problému, je v mozku zapojeno pět různých cest, včetně dvou vizuálních (Menon, 2015; Boaler et al., 2016). Když studenti mohou propojovat tyto oblasti mozku, například vidět matematické myšlenky v číslech a na obrázku, rozvíjí se produktivnější a silnější spojení v mozku. Výzkumníci z Marcus Institute of Integrative Health have studovali mozky lidí, kteří jsou považováni za „průkopníky“ ve svých oborech, a porovnávali je s lidmi, kteří toho ve své práci mnoho nedosáhli. Rozdíly, které našli v mozcích obou skupin lidí, jsou důležité. Mozky „průkopníků“ ukazují více spojení mezi různými oblastmi mozku a větší flexibilitu v jejich myšlení (Kalb, 2017). Práce s uzavřenými otázkami, opakování postupů, jak to běžně děláme ve třídách při výuce matematiky, nevede k lepší tvorbě propojení různých oblastí mozku. Ve výuce matematiky jsme udělali našim studentům medvědí službu tím, že jsme tak velkou část výuky učinili jednorozměrnou. Jedním z nejkrásnějších aspektů matematiky je multidimenzionálnost předmětu, protože myšlenky lze vždy reprezentovat mnoha způsoby, například čísly, algoritmy, vi-

zuálnými obrazy, tabulkami, modely, pohybem a dalšími (Boaler, 2016), pro názornou ukázkou doporučuji navštívit odkaz <https://www.youcubed.org/tasks/>. Když například pobízíme lidi, aby gestikulovali, kreslili, vizualizovali nebo stavěli s čísly, vytváříme příležitosti pro vznik důležitých mozkových spojení, ke kterým nedochází, pokud se setkávají pouze s čísly v symbolických formách.

Jedním z důsledků těchto nových zjištění je, že bychom měli přestat označovat schopnost jako danou a oslavovat studenty tím, že říkáme, že mají „dar“ nebo „mozek na matematiku“ nebo že jsou „inteligentní“. To platí pro učitele, profesory, rodiče, administrátory – pro každého, kdo pracuje se studenty. Když lidé slyší takovou chválu, zpočátku se cítí dobře, ale když se později potýkají s něčím, co nemůžou hned vyřešit (musí bádát), začnou zpochybňovat své schopnosti. Pokud si myslí, že mají „dar“ nebo „mozek na matematiku“ nebo jiný náznak pevné, dané schopnosti či inteligence a pak přijdou do styku s problémem, jehož řešení rychle nevidí, má to pro ně ničivé důsledky. Připomněla jsem si to, když jsem se loni v létě podělila o výzkum v oblasti růstu mozku a ničivého dopadu těchto fixních označení s mými studenty učitelství. Susannah zvedla ruku a řekla: „Popisujete můj život.“ Vzpomínala na své dětství, kdy byla nejlepší studentkou v hodinách matematiky. Navštěvovala program pro nadané a často jí říkali, že má „mozek na matematiku“ a zvláštní talent. Zapsala se na univerzitu UCLA na studium matematiky, ale ve druhém ročníku si zapsala náročný předmět, ve kterém se setkávala s mnoha překážkami. V té době se rozhodla, že tedy zřejmě nakonec nemá mozek na matematiku a skončila se svým studiem. Co Susannah nevěděla, bylo to, že překonávání těchto problémů, se kterými se při plnění předmětu potýkala, je velmi důležité pro rozvoj mozkových cest, které potřebovala k dalšímu studiu matematiky. Kdyby to věděla a nebyla by označena jako „mozek na matematiku“, Susannah by pravděpodobně vytrvala a úspěšně svůj obor dostudovala. Myšlenka, že „mozek na matematiku“ máte, či nikoliv, je základem úzkosti z matematiky, která proniká celým národem, a je často důvodem, proč studenti vzdávají studium matematiky při prvních náznacích problémů. Susannah byla velice úspěšná a ambiciózní

studentka, která trpěla tím, že byla onálepkována. Je skoro nemožné odhadnout počet studentů, kteří ve škole nedosahovali tak vysoké úrovně a přijali neschopnost věnovat se matematice jako svou danou vlastnost. Tyto nálepky, přijímání (ne)schopnosti jako dané věci, přispěly k národnímu strachu a nelibosti k matematice (Boaler, 2019).

Neustále se učíme a naše životy jsou naplněny možnostmi vytvářet různá propojení jak s faktickým obsahem, tak s lidmi, a posilovat tak naše mozky. Mým cílem při veřejném šíření poznatků z neurovědy je pomoci tak učitelům sdílet tuto znalost o růstu mozku a vytváření nových cest (propojení) a učit matematiku jako tvořivý a multidimenzionální předmět, který zapojí všechny studenty. Pouze tehdy, jestliže spojíme možnosti vývoje mozku s multidimenzionálním přístupem k výuce, učení a přemýšlení, můžeme studenty osvobodit od přijímání schopnosti učit se matematiku jako dané vlastnosti, osvobodit je od úzkosti z matematiky, a umožnit jim tak se matematiku učit a užívat si ji.

Pozn. Tento článek obsahuje výňatky z připravované knihy Jo Boaler: *Limitless: Learn, Lead and Live without Barriers*, nakl. Harper Collins.

Literatura

- [1] Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching*. Chappaqua, New York: Jossey-Bass/Wiley.
- [2] Boaler, J., Chen, L., Williams, C. & Cordero, M. (2016). Seeing as Understanding: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning. *Journal of Applied & Computational Mathematics*, 5(5).
- [3] Boaler, J. (2019). *Limitless: Learn, Lead and Live without Barriers*. New York: Harper Collins.
- [4] Doidge, N. (2007). *The Brain That Changes Itself*. New York: Penguin Books.

- [5] Coyle, D. (2009). *The Talent Code: Greatness Isn't Born, It's Grown, Here's How*. New York: Bantam Books.
- [6] Kalb, C. (2017). What makes a genius? *National Geographic*, 231(5), 30–55.
- [7] Leslie, S.-J., Cimpian, A., Meyer, M. & Freeland, E. (2015). Expectations of brilliance underlie gender distributions across academic disciplines. *Science*, 347, 262–265.
- [8] Letchford, L. (2018). *Reversed: A Memoir*. Acorn Publishing.
- [9] Maguire, E. A., Gadian, D. G., Johnsrude, I. S., Good, C. D., Ashburner, J., Frackowiak, R. S. & Frith, C. D. (2000). Navigation-related structural change in the hippocampi of taxi drivers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 97(8), 4398–4403.
- [10] Menon, V. (2015). Salience Network. In: Arthur W. Toga (Ed.), *Brain Mapping: An Encyclopedic Reference* (2, 597–611). Academic Press: Elsevier.
- [11] Moser, J., Schroder, H. S., Heeter, C., Moran, T. P. & Lee, Y. H. (2011). Mind your errors: Evidence for a neural mechanism linking growth mindset to adaptive post error adjustments. *Psychological science*, 22, 1484–1489.
- [12] Park, D. C., Lodi-Smith, J., Drew, L., Haber, S., Hebrank, A., Bischof, G. N. & Aamodt, W. (2013). The impact of sustained engagement on cognitive function in older adults: the Synapse Project. *Psychological science*, 25(1), 103–12.
- [13] Stigler, J. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.
- [14] Woollett, K. & Maguire, E. A. (2011). *Acquiring "The Knowledge" of London's layout drives structural brain changes*. *Current biology:CB*, 21(24), 2109–2114.

Abstract

The aim of this article is to draw the attention of teacher, special educators and the general public to the fact that everyone can achieve high results in mathematics, even though everyone is born with a different potential. In introduction there is the example of Nicholas Letchford who despite his struggles became very successful in mathematics. The article proposes evidence for its claim from three new findings in neurosciences. Firstly, our brains have enormous capacity to grow and change. This is based on the research of black taxi drivers in London. The second evidence is the fact that struggle in mathematics is not a sign of weakness but on the contrary leads to a deeper understanding. Lastly, it is pointed out that while working on a mathematical problem, there are five brain pathways involved, two of which are visual. Multidimensional approach of mathematics leads to more productive and powerful brain connections.

Jo Boaler

*Profesorka didaktiky matematiky na Stanfordské univerzitě USA
a spoluzakladatelka youcubed.org*