Učitel matematiky

Dag Hrubý; Dalibor Kott

Maturitní zkouška z matematiky na Zemské vyšší reálce císaře Františka Josefa v Jevíčku v roce 1904

Učitel matematiky, Vol. 20 (2012), No. 1, 41–47

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/149526

MATURITNÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY NA ZEMSKÉ VYŠŠÍ REÁLCE CÍSAŘE FRANTIŠKA JOSEFA V JEVÍČKU V ROCE 1904

Dag Hrubý, Dalibor Kott

První maturity na sedmiletých reálkách v Rakousku-Uhersku se konaly v roce 1869, do roku 1872 byly zavedeny na všech reálkách. Na reálce v Jevíčku, která byla založena v roce 1897, proběhly první maturity ve školním roce 1903/1904. Cílem článku je ukázat čtenářům našeho časopisu některé úlohy, které řešili studenti reálky v rámci maturitní zkoušky z matematiky. Tyto úlohy byly získány z maturitního protokolu z roku 1904. Autoři článku se nezabývali legislativou týkající se maturitní zkoušky a proto nejsou uvedeny podmínky za kterých maturitní zkouška z matematiky probíhala. Z přehledu všech úloh z matematiky, které jsou zaznamenány v maturitním protokolu plyne, že většina úloh se týká algebry, pojistné matematiky, elementární a analytické geometrie a částečně sférické trigonometrie, kombinatoriky a pravděpodobnosti. Znalce historie školství nepřekvapí, že předmětem maturitní zkoušky nebyly úlohy z matematické analýzy. Pojem funkce byl zaveden do výuky matematiky na gymnáziích v Rakousku-Uhersku až v roce 1909, což souvisí se změnami gymnaziálních osnov v důsledku Meránského programu (1905) a Marchetovy reformy z roku 1908.

Rovnice

▷

$$\sqrt{\frac{5x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{5x}} = 2$$
$$xy + x + y = 84$$

▷

$$x^{10} \cdot \left(\frac{x}{10}\right)^{10\log x} = 1$$

▷

$$x^{\frac{4}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 20$$
$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = 6$$

▷

$$\sin^2 x + \cos^2 y = \frac{3}{2}$$
$$\cos^2 x - \sin^2 y = \frac{1}{2}$$

▷

$$x^2 + xy = 12$$
$$y^2 + xy = 24$$

▷

$$x^{3+2\log x} = 100 \cdot x^{1-\log x}$$

▷

$$x^4 + 1 = 0$$

▷

$$\sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}$$

▷
$$\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} = 2\sin x$$

▷
$$\sqrt[3]{\frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x}} + 12 \cdot \sqrt[3]{\frac{1-\operatorname{tg} x}{1+\operatorname{tg} x}} = 7$$

Geometrie (převážně početní)

▷ Z koule o poloměru $r = 16{,}5$ vzata jest úseč o poloměru base $r_u = 7{,}8$. Určiti jest její obsah.

▷ Stanoviti jest objem komolého kužele. Dáno: poloměr r základny $= 40{,}7\,\mathrm{dm}$, výška $v = 8{,}54\,\mathrm{dm}$, a sklon přímky povrchové k základně $\alpha = 60°20'15''$.

▷ Pravoúhlý trojúhelník otočí se kolem své svislé odvěsny. Stanoviti povrch rotačního tělesa, je-li dán součet odvěsny svislé a přepony $(a + c)$ a úhel α.

▷ Tupoúhlý trojúhelník otáčí se kolem své základny. Dána-li základna c a přilehlé úhly α, β, určiti jest povrch tělesa rotačního.

▷ Jest dán kužel, jehož poloměr r základny $= 6\,\mathrm{dm}$, výška $v = 8\,\mathrm{dm}$, dále tětiva v základně příslušná k středovému úhlu $60°$. Určiti jest plochu parabolického řezu procházejícího tětivou rovnoběžně s povrchovou přímkou?

▷ Obsah přímého kužele jest $179{,}044\,\mathrm{cm}^3$; jeho povrchová přímka tvoří se základnou úhel $\alpha = 67°5'48''$. Stanoviti jest plášť.

▷ Jest vypočítati obsah šikmého kužele, jehož nejkratší povrchová přímka $b = 11{,}6$ svírá s podstavou úhel $\alpha = 46°23'50''$ a nejdelší přímka povrchová $\beta = 30°57'49''$.

▷ Do kruhu je vepsán různoběžník o daných stranách a, b, c, d; vypočítati jest úhly.

▷ Sestrojiti jest $\sqrt{11}$, dána-li jest jednotka.

▷ Obsah přímého kužele jest 179,044; povrchová přímka jeho tvoří se základnou úhel $\alpha = 67°5'18''$. Stanoviti jest plášť.

▷ $x^4 = a^4 + b^4$, a, b jsou dané úsečky; sestrojiti úsečku x.

Analytická geometrie

▷ Stanoviti jest úhel, pod nímž protínají se dvě křivky:

$$x^2 + y^2 = 25$$
$$y^2 = \frac{16}{3}x$$

▷ Stanoviti jest průsečíky čar:

$$y^2 = 2x$$
$$2y = x$$

Určiti rovnici normály průsečíkem procházející a vypočítati analytické veličiny dotyčné (T, ST, N, SN)[9].

▷ Vypočítati jest vzdálenost počátku souřadnic od přímky $P \equiv 3x + 4y = 5$.

▷ Dva různoběžné paprsky protínající se v bodě M v úhlu φ, otáčejí se kolem bodů A, B. Je-li úhel φ stálý, jakou křivku vytvoří svou rotací průsečík M?

▷ Strany trojúhelníka dány jsou kořeny ronice

$$6y^3 - 19y^2 + 19y - 6 = 0.$$

Určiti jest největší úhel jeho.

▷ Z průsečíku přímek $P_1 \equiv y = 2x + 3$, $P_2 \equiv y = 3x + 4$ veďte kolmici ku přímce $P_3 \equiv 5y + 4x = 7$, a stanovte její délku.

[9] Autoři článku se domnívají, že se jedná o tečnu, směrnici tečny, normálu a směrnici normály.

▷ Dány jsou dva body $M(2,1)$ a $N(5,4)$. Stanoviti jest geometrické místo bodů, jichž vzdálenosti od daných bodů M i N jsou ve stálém poměru $2:3$.

▷ Jsou dány všechny strany sférického trojúhelníka. Jest určiti sférický poloměr vepsané kružnice.

▷ Najíti jest rovnici normály procházející malým vrcholem elipsy $M(0,b)$.

▷ Pod jakým úhlem lze z bodu $m(6,0)$ viděti kružnici $K \equiv x^2+y^2=9$?

▷ Nalezněte délku společné tětivy čar:

$$x^2+y^2=6$$
$$y^2=8x-x^2$$

▷ Dány body $A(-4,-2)$, $B(5,7)$, $C(8,3)$. Stanovte obsah tělesa vzniklého otočením kolem nejdelší strany.

▷ Stanovte plochu, těžiště a úhly trojúhelníka, vzniklého průsekem přímek. $P_1 \equiv y=x$, $P_2 \equiv y=-x$, $P_3 \equiv y=2x-2$.

▷ $E \equiv b^2x^2+a^2y^2=a^2b^2$. Najíti bod na elipse, jehož průvodiče stojí na sobě kolmo.

▷ Na elipse

$$E \equiv \left(\frac{x}{20}\right)^2+\left(\frac{y}{15}\right)^2=1$$

Najíti jest bod, jehož souřadnic součet jest 25.

▷ Nalezněte geometrické místo bodů, z nichž vedené k parabole tečny svírají pravý úhel.

▷ Jest dána křivka $E \equiv 4x^2+25y^2=100$. Najíti jest rovnici normály rovnoběžné s přímkou $P \equiv 15x-8y=0$.

▷

$$2x^2+3y^2=5$$
$$3x+5y=18.$$

Je-li první rovnice rovnicí elipsy a druhá poláry, stanoviti jest souřadnice pólu.

▷ Vésti jest tečnu k parabole $P \equiv y^2 = 150x$, jež jest rovnoběžná s přímkou $P \equiv y = 5x + 40$.

▷ Plocha elipsy jest 50π. Tečna této elipsy má rovnici $T \equiv 3x + 8y = 50$. Stanovte rovnici elipsy.

▷ Vypočítat jest subnormálu pro bod paraboly $a(x_1 = 24)$, jejíž rovnice jest $P \equiv y^2 = 6x$.

Trigonometrie, goniometrie, sférická geometrie

▷ Strany trojúhelníka dány jsou rovnicemi:

$$\frac{b}{c} = \frac{1}{2}$$
$$a^2 + b^2 = 4$$
$$a^2 - b^2 = 2$$

Vypočítati jest jich délku a úhly.

▷ Dána jest základna trojúhelníka a a přilehlé úhly γ, β. Vypočítati jest poloměr kružnice r do trojúhelníku vepsané.

▷ V rovině skloněné o $50°30'$ od horizontální dán jest úhel, jehož ramena svírají s rovinou vertikální úhly $\alpha = 55°25'$, $\beta = 70°40'$. Převésti jest tento úhel do roviny horizontální.

▷ Zorný úhel, pod nímž viděti je balón 15 m vysoký, jest $\frac{1}{2}^\circ$; úhel elevační jest $15°$. Jak vysoko jest balón?

▷ Jak vysoko bylo by se vznésti balónem, aby se přehlédla plocha rovnající se království českému?

▷ $x = \dfrac{a}{\sin\alpha + \cos\beta}$. Jest sestrojiti úsečku x, jsou-li dány úhly α i β a úsečka a.

▷ $\cos 4\alpha$ vyjádřiti funkcemi úhlu α.

▷ Od silnice odbočují dvě cesty, jedna v úhlu $30°$, druhá v úhlu $64°$; na první cestě leží obec A, $3\frac{1}{2}$ km od rozcestí, na druhé obec B ve vzdálenosti $5\frac{1}{3}$ km od rozcestí. Vypočítati jest přímou vzdálenost obcí AB.

- ▷ Jak vysoký jest vrch, s jehož temene vidíme vodorovně položenou silnici 100 m dlouhou pod úhly $\alpha = 63°26'$ a $\beta = 71°33'$?
- ▷ Kdy vyšlo dnes slunce a kdy zapadne, je-li dnešní deklinace $\delta = 22°24'36''$?
- ▷ V trojúhelníku dán součet stran $a + b = 650$, dále úhly $\alpha = 65°28'13''$, $\beta = 42°30'3''$. Jest vypočítati obsah tělesa vzniklého otočením trojúhelníku kolem strany a.

Pojistná matematika, posloupnosti a řady

- ▷ Kolik musí kdosi počátkem každého roku ukládati, chce-li za devět roků uspořiti 1 890 K při $4\frac{1}{2}$ % celoročním složeném úrokování?
- ▷ Kolik jest ročně ukládati, aby při 5 % ročního úrokování za 15 let se uspořilo 1 875,24 K?
- ▷ V kolika letech bude dluh 10 000 K při $4\frac{1}{2}$ % umořen celoročními splátkami po 768,7 K?
- ▷ $\sin 20° + \sin^2 20° + \sin^3 20° + \ldots + \infty$. Určiti je součet této nekonečné řady.
- ▷ Do čtverce o straně a je vepsán kruh; do tohoto je vepsán opět čtverec a do něho opět kruh, což se opakuje do nekonečna. Určiti součet vzniklých čtverců i kruhů.
- ▷ Kolik čísel přirozené řady od 1 počínaje dá součet 5 050?

RNDr. Dag Hrubý
Gymnázium, A. K. Vitáka 452
569 43 Jevíčko
hruby@gymjev.cz

Mgr. Dalibot Kott
Gymnázium, Slovanské nám. 7
612 00 Brno
kott@gymnaslo.cz