Učitel matematiky

Jiří Divíšek

Přečtěte si knihu Matematika a porozumění světu

Učitel matematiky, Vol. 18 (2010), No. 4, 242–249

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/150535

PŘEČTĚTE SI KNIHU MATEMATIKA A POROZUMĚNÍ SVĚTU

V minulém roce vyšla v nakladatelství ACADEMIA PRAHA pozoruhodná publikace „Matematika a porozumění světu“ s podtitulem „Setkání s matematikou po základní škole“, kterou napsali Jana Cachová, Alena Hošpesová, Marie Kupčáková, Vladimíra Petrášková, Ivan Saxl a Marie Tichá pod vedením Františka Kuřiny. Už první prolistování této publikace nás přesvědčí, že to není suchá matematická kniha, ale kniha obrázková. Obsahuje téměř 450 obrázků a úvodní motivační ilustrace před téměř každou kapitolou vytvořil známý autor humorných obrázků Jiří Slíva.
Kniha obsahuje reprodukce uměleckých děl, které souvisejí s matematikou, ukázky stránek ze zahraničních i tuzemských učebnic apod. Tyto reprodukce mají vždy obsahovou vazbu na kapitolu, ve které jsou zařazeny. Tak zde například najdeme stránku z čínské učebnice matematiky pro 1. ročník, ukázky standardů a testovacích úloh pro základní školu, ale i ukázku testů pro zájemce o službu v britské policii.
Autoři se pokusili odlehčit matematickou řeč zařazením „oříšků“ (vtipných matematických úloh), perliček z řeči žáků a tzv. Slívových vět, které dodal autor ilustrací. Jako ukázku uvádím jednu perličku a jednu Slívovu větu:

> Sedm plus čtyři je – prosím, my jsme se do jedenácti ještě neučili.

> „Jak dlouho se ještě budeš válet, osmičko?“
> „Vždyť vidíš. Nekonečně dlouho.“

Kniha je rozdělena do dvou částí. První část nazvaná POHLEDY obsahuje přehled matematického učiva základní školy. Rozhodně to ale není encyklopedie elementární matematiky nebo přehled pouček a vzorečků. Tato část obsahuje celou řadu zajímavých důsledků a vlastností matematických zákonitostí z oblasti elementární matematiky, kterým škola nevěnuje vůbec pozornost, i když jsou až překvapivě jednoduché a samozřejmé. Oceňuji, že autoři velice dbají na to, aby prezentace poznatků a hlavně jejich pochopení se neopíralo jen o verbální a symbolickou řeč, a velice preferují grafické a názorné vyjadřování a modelování.

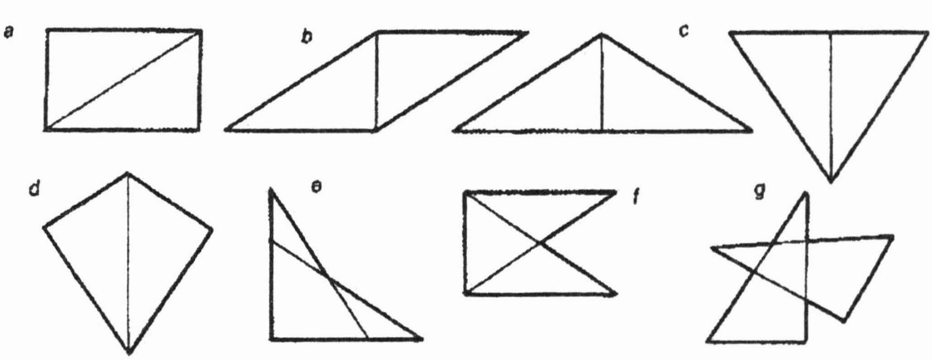
Věřím, že tento způsob komunikace aspoň trochu odstraní nechuť veřejnosti číst matematický text. Veškeré geometrické poznatky jsou podány velice srozumitelně a v pěkných aplikacích, takže by mohly pomoci obnovit zájem o technické vzdělání, které je v současné době považováno za „nepohodlné“.

O charakteru knihy si můžeme udělat představu z následujících ukázek:

Sjednocení trojúhelníků

Nakreslete nebo vystřihněte z papíru dva shodné pravoúhlé trojúhelníky a ukažte, že jejich sjednocením může být např. a) obdélník, b) rovnoběžník, c) tupoúhlý trojúhelník a ostroúhlý trojúhelník, d) deltoid, e) čtyřúhelník, f) pětiúhelník, g) desetiúhelník.

Výsledky jsou na obr. 1.

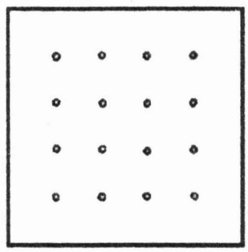


Obr. 1

Průnikem trojúhelníků jsou v případech a), b), c), d) úsečky, v případech e), g) čtyřúhelníky, v případě f) trojúhelník.

Obsah mnohoúhelníku

Na některých školách se při vyučování geometrie užívá tzv. Geoboard. Je to čtvercová destička např. se 16 hroty podle obr. 2, na něž lze navlékat gumičku. Pomůcka tak může sloužit k vytváření úloh o obsazích rovinných útvarů. Uveďme příklad na její využití.

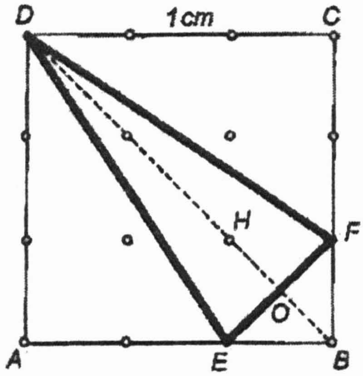


Obr. 2

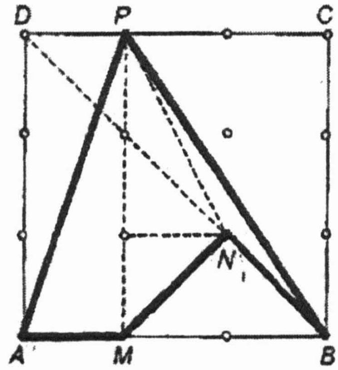
Vypočítejte několika způsoby obsah trojúhelníku DEF a pětiúhelníku AMNBP podle obr. 3 a 4.

Obsah S trojúhelníku DEF získáme, když od obsahu čtverce $ABCD$ (9 cm^2) odečteme obsahy trojúhelníků AED, DCF a EBF, které jsou po řadě 3 cm^2, 3 cm^2, 0,5 cm^2.

Je tedy $S = 2,5\,\mathrm{cm}^2$.



Obr. 3



Obr. 4

S použitím Pythagorovy věty můžeme obsah S určit přímo, avšak složitějším způsobem podle vzorce $S = \frac{1}{2}zv$. Za základnu z můžeme volit stranu EF, výška v k této základně je úsečka

DO, kde O je střed čtverce $EBFH$. Protože podle Pythagorovy věty aplikované na trojúhelník EBF je

$$|EF|^2 = |EB|^2 + |BF|^2 = 1^2 + 1^2 = 2,$$

má základna EF délku $z = \sqrt{2}$ cm. Pro výšku DO pak platí:

$$|DO| = |DB| - |BO|.$$

Délku úhlopříčky DB můžeme opět určit podle Pythagorovy věty z trojúhelníku ABD.

$$|DB|^2 = |AB|^2 + |AD|^2 = 9 + 9 = 18$$

$$|DB| = \sqrt{9 \cdot 2} = 3\sqrt{2}.$$

Pro výšku v pak platí: $v = 3\sqrt{2} - 0,5\sqrt{2} = 2,5\sqrt{2}$, neboť

$$|EF| = |HB|, \qquad |BO| = \tfrac{1}{2}|HB|.$$

Obsah S je tedy

$$S = \tfrac{1}{2}|zv = \tfrac{1}{2}|\sqrt{2} \cdot 2,5\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2 = 2,5\ \mathrm{cm}^2.$$

Počítejme obsah S pětiúhelníku $AMNBP$ opět nejdříve tak, že od obsahu čtverce $ABCD$ odečteme obsahy trojúhelníků ADP, MNB a BCP.

$$S = 9\ \mathrm{cm}^2 - 1,5\ \mathrm{cm}^2 - 1\ \mathrm{cm}^2 - 3\ \mathrm{cm}^2 = 3,5\ \mathrm{cm}^2.$$

Můžeme ovšem postupovat také tak, že sečteme obsahy trojúhelníků AMP, PMN a BPN.

Obsahy prvních dvou z těchto trojúhelníků jsou 1,5 cm^2, 1,5 cm^2, obsah trojúhelníku BPN získáme, když od obsahu trojúhelníku DPB odečteme obsah trojúhelníku DPN:

$$1,5\ \mathrm{cm}^2 - 1\ \mathrm{cm}^2 = 0,5\ \mathrm{cm}^2.$$

Pro hledaný obsah S tedy dostáváme

$$S = 1,5\ \mathrm{cm}^2 + 1,5\ \mathrm{cm}^2 + 0,5\ \mathrm{cm}^2 = 3,5\ \mathrm{cm}^2.$$

Číselné pyramidy

Přesvědčte se, že platí

$$\begin{aligned}
1\cdot 8+1&=9\\
12\cdot 8+2&=98\\
123\cdot 8+3&=987\\
1234\cdot 8+4&=9876\\
12345\cdot 8+5&=98765\\
123456\cdot 8+6&=987654\\
1234567\cdot 8+7&=9876543\\
12345678\cdot 8+8&=98765432\\
123456789\cdot 8+9&=987654321
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1\cdot 9+2&=11\\
12\cdot 9+3&=111\\
123\cdot 9+4&=1111\\
1234\cdot 9+5&=11111\\
12345\cdot 9+6&=111111\\
123456\cdot 9+7&=1111111\\
1234567\cdot 9+8&=11111111\\
12345678\cdot 9+9&=111111111\\
123456789\cdot 9+10&=1111111111
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
9\cdot 9+7&=88\\
98\cdot 9+6&=888\\
987\cdot 9+5&=8888\\
9876\cdot 9+4&=88888\\
98765\cdot 9+3&=888888\\
987654\cdot 9+2&=8888888\\
9876543\cdot 9+1&=88888888\\
98765432\cdot 9+0&=888888888
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
1\cdot 1&=1\\
11\cdot 11&=121\\
111\cdot 111&=12321\\
1111\cdot 1111&=1234321\\
11111\cdot 11111&=123454321\\
111111\cdot 111111&=12345654321\\
1111111\cdot 1111111&=1234567654321\\
11111111\cdot 11111111&=123456787654321\\
111111111\cdot 111111111&=12345678987654321
\end{aligned}$$

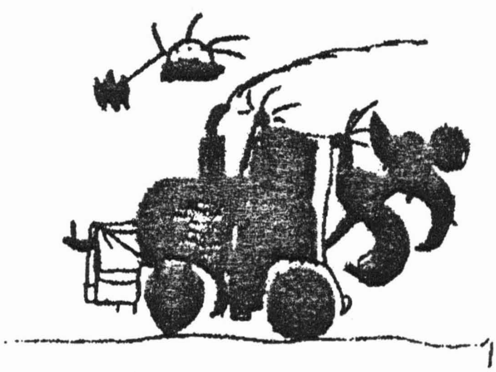
Druhá část knihy nazvaná SETKÁNÍ je v prvních šesti kapitolách věnována hlavně didaktice elementární matematiky. Je zde řada návodů, jak usnadnit pochopení učiva i ukázky dětských představ a pozoruhodných dětských řešení. Jsou zde příklady dětského zobrazování prostoru, modelování a utváření základních geometrických pojmů. Autoři vůbec nepředkládají geometrii jako nauku, ale především jako prostředek komunikace.
I zde nabízím následující ukázky:

Malý kreslíř

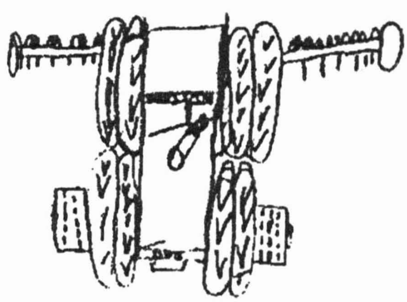
Z jediné dětské kresby nemůžeme činit velké závěry. Ale i malý soubor prací dává tušit, jak na tom předškolák nebo malý školák s technickým myšlením je.

Desetiletý Dominik navštěvuje málotřídní venkovskou školu a je hodnocený jako normální kluk. Básničku odříká nerad, psaní ho nebaví. Nejraději využívá třetí dorozumívací prostředek, tedy kresbu. Je jeho přirozenou potřebou. Zatímco ostatní děti o školní přestávce dovádějí, on si kreslí. Nyní se staly předmětem jeho zájmu traktory. Pozorným rodičům by nemělo ujít, že syn má výbornou technickou a geometrickou představivost, a měli by jej v tomto směru podporovat.

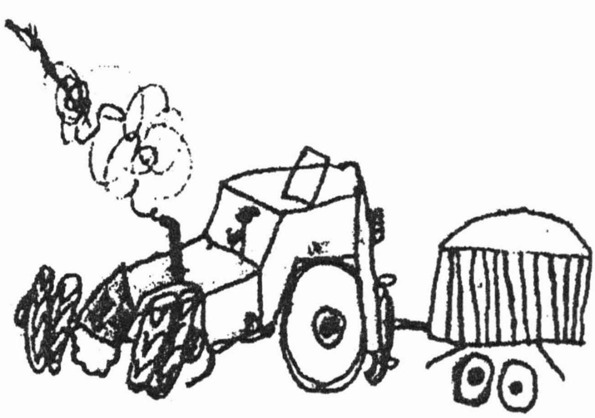
Dominik při práci mlčí, pracuje rozvážně. Bez problémů střídá zobrazovací techniky a směry pohledu. Podle toho, která projekce se mu zdá pro kreslení objektu nejvhodnější. Nárys v obrázku „Traktor s obracečem“ (obr. 5), půdorys ve studii „Traktor oře“ (obr. 6), nadhled zprava, když potřebuje zachytit v pohybu „Traktor s valníkem“ (obr. 7). Zdá se, že kreslí z představy, ale se znalostí vzájemných poloh částí stroje v prostoru. Až na drobné detaily můžeme říci, že jeho promítání prostoru zachovává rovnoběžnost. Tedy že Dominik intuitivně používá technická rovnoběžná promítání.



Obr. 5



Obr. 6



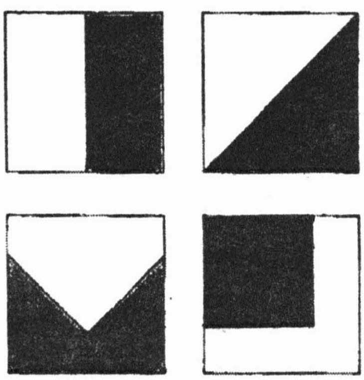
Obr. 7

Celek a část

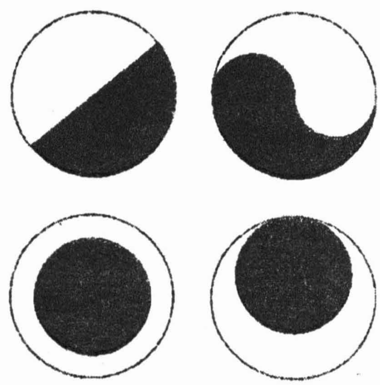
Číslo 7 je matematický pojem. V běžném vyjadřování mluvíme např. o sedmi trpaslících, sedmi dnech v týdnu, sedmi smrtelných hříších, sedmi letech trápení a sedmi letech štěstí, o sedmi barvách duhy, o sedmi divech světa, ...

Číslo $\frac{1}{2}$ je rovněž matematický pojem. Jeho užití v realitě je, podobně jako u čísla 7, rovněž dobře známé: polovina fotbalového zápasu, polovina hodiny, polovina kilometru, polovina kilogramu, na obr. 8 je čtyřmi způsoby vyznačena polovina čtverce, na obr. 9 pak polovina kruhu.

Právě tak, jako nemá v aplikacích smysl mluvit o čísle vyjadřujícím délku, nevíme-li, zda jednotkou měření je kilometr, metr nebo milimetr, nemá smysl mluvit o ceně, nevíme-li, zda je v korunách, eurech nebo dolarech, nemá smysl mluvit v aplikacích matematiky o částech, aniž bychom věděli o části jakých celků se jedná. Nerespektování této skutečnosti je častý nedostatek v řešení úloh o celku a části.



Obr. 8



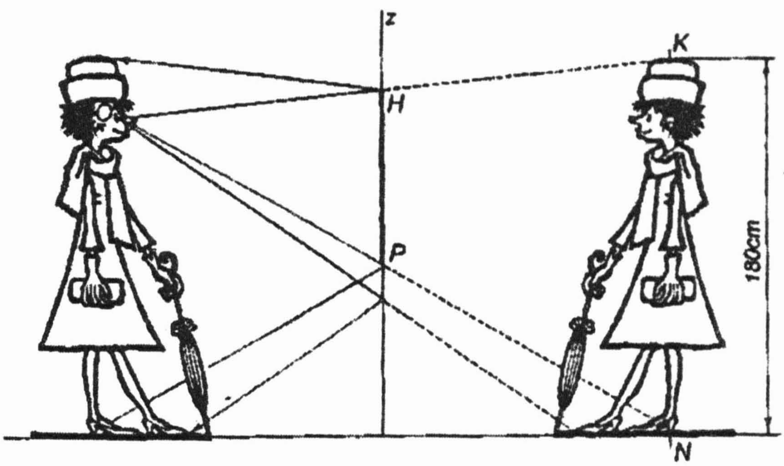
Obr. 9

Kupujeme zrcadlo

Jak vysoké zrcadlo koupíte dámě vysoké 180 *cm, máte-li jí splnit přání: „Chci se vidět celá, od hlavy až k patě.“*

Z obr. 10 je patrné, že stačí zrcadlo vysoké 90 cm, neboť úsečka HP je střední příčkou trojúhelníku OKN. Má-li dáma dotaz

„Jak daleko před zrcadlem mohu stát?", prozrazuje na sebe, že problematice příliš nerozumí. Může stát kdekoli před zrcadlem, které ovšem musí viset svisle ve správné výšce.



Obr. 10

V dalších třech kapitolách se pak čtenář může seznámit s některými moderními aplikacemi matematiky, jako je pravděpodobnost a statistika, finanční matematika a numerační metody.

Velikou výhodou publikace je, že není nutné, aby ji čtenář četl systematicky od začátku. Protože pochopení kterékoliv kapitoly je zcela nezávislé na znalosti předchozích kapitol, je možné začít u kterékoliv kapitoly.

Publikace má kvalitní rejstřík věcný i jmenný.

Jsem přesvědčen, že tato kniha bude užitečná pro učitele matematiky na základní škole, kteří by tak získali nový pohled na elementární matematiku a především na její interpretaci ve škole. Jistě zaujme i učitele středních škol, kteří tak získají představu o moderním způsobu výuky matematiky na základní škole. Jistě pomůže i rodičům žáků základních škol k pochopení toho, jak pracují jejich děti ve škole.

Jiří Divíšek