

Jana Borůvková

Proč vyučujeme výrokovou logiku na středních školách?

*Učitel matematiky*, Vol. 14 (2006), No. 1, 22–25

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150708>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2006

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## PROČ VYUČUJEME VÝROKOVOU LOGIKU NA STŘEDNÍCH ŠKOLÁCH?

JANA BORŮVKOVÁ

Při zařazování jednotlivých témat do obsahu jakéhokoli předmětu bychom měli mít jasno, proč jsme se rozhodli dané téma zařadit, co je cílem výuky tohoto tématu.

Zamysleme se nad tím, proč vyučujeme studenty na SŠ výrokovou logiku. Odpověď by měla být, že je chceme seznámit s nástrojem, který pomáhá matematikům jednoznačně formulovat své myšlenky a tím se mezi sebou jednoznačně domluvit. Jedná se o velmi silný a výjimečný nástroj, vždyť ani některé zákony nejsou formulovány tak, aby nepřipouštěly dvojí výklad.

Naše odpověď na výše položenou otázku však většinou zní jinak. Snažíme se výrokovou logiku prezentovat jako jakýsi nástroj na rozbor mluveného nebo psaného slova, nástroj na rozbor našich každodenních výroků. Takto je např. koncipována kniha Milana Hejného *Teória vyučovania matematiky 2*, ve které autor velmi silně propaguje myšlenku motivace výuky výrokové logiky rozбором mluveného a psaného slova. Ačkoli považuje vliv výuky logiky na rozvoj logického myšlení žáků za předsudek, nikde ve své knize neříká, proč tedy logiku učit. Při podrobném pročtení kapitoly věnované výrokové logice zjistíme, že celá kapitola je nesourodá a autor jasně neformuluje, proč výrokovou logiku vyučovat a co k danému tématu říct.

Pokud se nad obsahem této části knihy zamyslíme, zaregistrujeme několik témat, která spolu souvisí mnohdy jen velmi volně. Pokusíme-li se tato témata nějakým způsobem roztrždit, nacházíme zde myšlenky věnované:

- „zdravému selskému rozumu“, logickým hádankám a pohádkám,

- starověké filozofii (sofisti, Aristoteles),
- historii logiky (autor jmenuje Leibnize, de Morgana, Russella, Gödela),
- zákonu sporu, zákonu vyloučení třetího, zákonu totožnosti,
- motivaci žáků — logickým hádankám, sofismatům, paradoxům a zejména analýze mluveného případně psaného slova.

Z uvedeného přehledu témat je naprosto zřejmá značná nesourodost myšlenek, při bližším prostudování potom i jejich neúplnost a povrchnost. Odpověď na otázku, proč zařadit výuku výrokové logiky, úplně chybí.

Za nejzávažnější chybu při motivaci je možné považovat pokus motivovat analýzou mluveného slova. Motivace je určitě věc diskutabilní, je to věc názoru učitele. Jednoznačně by však neměla být zavádějící a matoucí. Vzhledem k tomu, že pro běžnou komunikaci nepotřebujeme tak přesné formulace jako v matematice, odlišuje se často „řeč matematiků“ od naší „běžné řeči“. Motivace studentů rozborem mluveného slova může být příčinou naprostého nepochopení podstaty výrokové logiky.

Problematických momentů najdeme celou řadu. Proto je vhodné výrokovou logiku vysvětlovat pouze na matematických větvách a definicích a příkladům „ze života“ se raději důsledně vyhybat.

Logické spojky v běžné mluvě mohou mít i více významů (např. spojka NEBO se může použít i ve vylučovacím významu) a mohou se dokonce používat v jiném významu než v matematice (např. nápis: *Mladistvým a podnapilým nenaléváme.*).

Hlavním problémem je ovšem spojka JESTLIŽE – PAK. V běžné mluvě ji často používáme ve významu ekvivalence, protože v běžné mluvě implikace téměř neexistuje. Proto je nutné implikaci vysvětlit na nějaké matematické větě, např.: *Jestliže je číslo dělitelné čtyřmi, potom je sudé.* Na této větě mohou studenti pochopit, proč je implikace pravdivá i když je předpoklad nepravdivý (výběr čísla nedělitelného čtyřmi nesmí ovlivnit platnost této věty). Věty typu *Jestliže budeš zlobit, pak ti nekoupím*

*autíčko*. jsou zavádějící a matoucí. Vyslovíme-li obměněnou implikaci, měli bychom dostat ekvivalentní výrok. Jenomže výrok *Jestliže ti koupím autíčko, pak nebudeš zlobit* a výrok původní rozhodně nevnímáme jako ekvivalentní.

A tím se dostáváme k dalšímu problému týkajícímu se výroků „ze života“: Jak vlastně posoudit pravdivostní hodnotu takových výroků? Na rozdíl od matematických výroků zde nelze použít nějaký výpočet (důkaz), musíme se spoléhat pouze na svoji intuici, na své pocity, které z vyslovené věty máme. Analýzou výroků „ze života“ tak vlastně zavádíme nový nástroj na ověření platnosti výroku (vlastní pocit, intuici) a to je pro matematika nástroj zcela nedostačující a nevyhovující.

I při negování výroků „ze života“ můžeme narazit na problém. Je výrok *Je hodný* negací výroku *Zlobí*? Jedná se o analogii k *sudý – lichý* nebo ke *kladný – záporný*? Odpověď na tuto otázku není jednoznačná.

Vyhnete-li se příkladům „ze života“ a tím i přiřazování pravdivostní hodnoty výroku na základě vlastních pocitů, zjednodušíme si také vysvětlení souvisejících pojmů jakými jsou důkaz věty a negace výroku. Při negování nebo dokazování výroku se studenti velmi často spoléhají na svůj „selský rozum“ a různé pocity, které mají a které jsme vlastně legalizovali tím, že jsme jim výroky vysvětlili na příkladech „ze života“.

Důkaz je proces, pomocí kterého dokážeme jednoznačně výroku přiřadit jeho pravdivostní hodnotu. Je vhodné uvést, že po zformulování matematické věty se jedná o hypotézu, kterou musíme pomocí nějakého důkazu dokázat nebo vyvrátit. Nestačí řídit se nějakými vlastními pocity.

Stejně tak i při negování výroků není možné spoléhat se na vlastní intuici. Často se potom stává, že výrok není negován, ale je pouze vysloven výrok, který má opačnou pravdivostní hodnotu. Upozorníme-li studenty na nebezpečí „vlastních pocitů“, daleko snadněji pochopí, proč je při negování výroků důležité, aby se řídili pouze platnými pravidly. Jestliže přistoupíme k výrokové logice jako k matematickému nástroji, je jasné, že nemá smysl o ní mluvit dříve, než se potřeba takového nástroje ukáže. Rozhodně to není

již na ZŠ, jak uvádí M. Hejný. Dnes se výroková logika často učí hned na začátku prvního ročníku SŠ. Je otázkou zda v té době již má vyučující argumenty pro zavedení tohoto matematického nástroje.

Jako argument může posloužit jakákoli situace, kdy pro vyřešení problému nestačí „selský rozum“. Například: *Proč odmocnina ze čtyř je dvě a není mínus dvě? Proč ale rovnice  $x^2 = 4$  má dvě různá řešení?* Tady si bez znalosti příslušných definic těžko poradíme. A právě taková situace může sloužit k tomu, abychom studentům přiblížili potřebu matematiků jednoznačně se spolu domluvit.

M. Hejný poukazuje na to, že si studenti při výuce logiky pouze osvojují techniky, jejichž smysl jim zůstává skryt. Pokud se však dáme čistě matematickou cestou, smysl logiky je celkem jasný – potřeba matematiků jednoznačně se domluvit. Dále autor zmiňuje i nedostatečné porozumění vztahu obsahové a formální stránky. Je otázkou, zda je na střední škole nutné problém těchto dvou stránek vůbec zmiňovat. V případě, že na něj některý bystrý student sám poukáže, lze mu vysvětlit, že po formální stránce může jít o pravdivý výrok i v případě, kdy po obsahové stránce nedává složený výrok smysl.

Závěrem je možné říct, že motivace žáků analýzou mluveného a psaného slova, která se dnes většinou na SŠ používá, je velmi matoucí a jako taková by neměla být používána.

*Mgr. Jana Borůvková*  
*Vyšší odborná škola Jihlava*  
*Tolstého 16*  
*586 01 Jihlava*  
*e-mail: boruvkova@vosji.cz*