Rozhledy matematicko-fyzikální

Pavel Pokorný

Coriolisova síla – její odvození

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 99 (2024), No. 4, 63–64

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/152711`

Coriolisova síla – její odvození

Pavel Pokorný, VŠCHT Praha

Naším cílem je ukázat, že v soustavě rovnoměrně rotující úhlovou rychlostí $\vec{\omega}$ působí na hmotný bod s hmotností m pohybující se v této soustavě rychlostí $\vec{v}$ Coriolisova síla

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}.$$

Uvažujme pohyb hmotného bodu o hmotnosti m v rovině v inerciální vztažné soustavě, ve které polohu bodu vyjádříme komplexním číslem r_I. Označme čárkou derivaci podle času t. Uvažujme dále v této rovině neinerciální vztažnou soustavu, která se otáčí vůči inerciální soustavě konstantní úhlovou rychlostí ω v kladném směru, tedy proti směru hodinových ručiček. V čase t jsou tyto dvě soustavy vzájemně otočeny o úhel ωt. Polohu bodu v rotující soustavě označme komplexním číslem r_R. Otočení o úhel ωt lze v komplexní rovině vyjádřit vynásobením komplexním číslem

$$\mathrm{e}^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i\sin(\omega t),$$

kde i je imaginární jednotka. Tedy

$$r_I = r_R \mathrm{e}^{i\omega t}.$$

Derivací podle času t dostaneme rychlost a druhou derivací dostaneme zrychlení

$$r'_I = r'_R \mathrm{e}^{i\omega t} + i\omega r_R \mathrm{e}^{i\omega t}$$

$$r''_I = r''_R \mathrm{e}^{i\omega t} + 2i\omega r'_R \mathrm{e}^{i\omega t} - \omega^2 r_R \mathrm{e}^{i\omega t}.$$

Po vydělení výrazem $\mathrm{e}^{i\omega t}$ vyjádříme

$$r''_R = r''_I \mathrm{e}^{-i\omega t} - 2i\omega r'_R + \omega^2 r_R.$$

Zde první člen je zrychlení způsobené vnější silou F_I, která uděluje zrychlení

$$r''_I = \frac{F_I}{m}$$

v inerciální soustavě a tedy zrychlení $r_I'' \mathrm{e}^{-i\omega t}$ v neinerciální soustavě. Druhý člen $-2i\omega r_R'$ je právě Coriolisovo zrychlení, které odpovídá zdánlivé Coriolisově síle

$$F_C = -2i\omega v m,$$

kde $v = r_R'$ je rychlost v neinerciální soustavě. Násobení komplexním číslem $-i$ znamená, že Coriolisova síla působí doprava kolmo na směr rychlosti. A poslední třetí člen $\omega^2 r_R$ je odstředivé zrychlení.

Označíme-li $\vec{\omega}$ vektor ve směru osy otáčení podle pravidla pravé ruky o velikosti úhlové rychlosti ω a $\vec{v}$ vektor rychlosti v rotující soustavě, pak lze v 3D prostoru vyjádřit Coriolisovu sílu pomocí vektorového součinu

$$\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}.$$

Gaspard-Gustave de Coriolis (1792–1843), zdroj: wikipedia