Viera Kolbaská

Matematická olympiáda pro SOU a SOŠ na Slovensku

Učitel matematiky, Vol. 2 (1994), No. 4, 35–41

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/152765

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA PRO SOU A SOŠ NA SLOVENSKU

V.Kolbaská, Metodické centrum mesta Bratislavy

Podobně ako v minulém roce organizuje Metodické centrum v Bratislavě i v tomto školním roce další ročník matematické soutěže pro učební a studijní obory SOU (6.ročník pro učební obory SOU a 1.ročník pro studijní obory SOU). V tomto roce jsme se rozhodli vypsat soutěž ve čtyřech kategoriích K, L, M, N tak, aby se soutěže mohli zúčastnit i SOŠ, které o ni projevili zájem.

Kategorie K je určena pro všechny žáky učebních oborů SOU.

Kategorie L je určena pro žáky 1.ročníku studijních oborů SOU a SOŠ.

Kategorie M je určena pro žáky 2.-4.ročníků studijních oborů SOU.

Kategorie N je určena pro žáky 2.-4.ročníků SOŠ.

Soutěžící v kategorii K a L řeší tytéž úlohy, podobně soutěžící v kategorii M a N budou řešit tytéž úlohy.

Termíny: Školní kolo - 15.březen 1994

Regionální kolo - 19.duben 1994

Slovenské kolo - 20.květen 1994

Žáci řeší úlohy maximálně 4 hodiny čistého času.

V dalším uvádíme úlohy pro školní kolo, jejich řešení a bodové hodnocení.

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA

pre 2.- 4.ročník študijných odborov SOU

pre 2.- 4.ročník SOŠ (kategórie M a N)

Školské kolo

Autori: RNDr.Begányiová Marta
RNDr.Mäsiar Pavol

1.Kino z dôvodu nízkej návštevnosti vyhlásilo lákavú akciu. Každý desiaty divák nielenže nemusel platiť vstupné, ale navyše dostal z pokladne 44 Sk, čo bola cena dvoch vstupeniek.

a) Koľko Sk získali takto v pokladni kina za jedno predstavenie od 100 divákov?

b) Vieme, že v pokladni kina získali za dané predstavenie celkove 2 486 Sk. Rozhodnite, ktoré z tvrdení A, B, C je pravdivé a prečo (napíšte zdôvodnenie).

A: V kine bolo určite menej ako 160 divákov.

B: V kine bolo určite viac ako 160 divákov.

C: Ani jedno z tvrdení A a B nie je pravdivé.

2.V lichobežníku ABCD (AB||CD) sa uhlopriečky AC a BD pretínajú v bode E, pričom $|AE|=2.|EC|$. Dokážte, že obsah lichobežníka ABCD je trojnásobkom obsahu trojúholníka BCD.

3.Súpravu 9 rôznych vagónov rozpojíme na dvoch miestach, čím vzniknú z pôvodnej súpravy 3 časti.

a) Koľko možností takéhoto rozpojenia existuje?

b) Koľko možností je takých, že aspoň jedna z troch častí rozdelenej súpravy bude mať práve tri vagóny?

4.Daný je pravidelný štvorboký hranol ABCDEFGH s rozmermi

$|AB|=|BC|=3$ cm, $v=|AE|=6$ cm.

a) Určte vzájomnú polohu priamok AG a HC.

b) Vypočítajte odchýlku priamok AG a HC.

Riešenie a hodnotenie úloh - Kategória M a N

<u>1.Riešenie a hodnotenie:</u> 100 divákov ... 1540 Sk...1 bod

160 divákov ... 2464 Sk...1 bod

161 divákov (2464+22) ... 2486 Sk...1 bod

158 divákov (2464+44-22) ... 2486 Sk...1 bod

pravdivé je tvrdenie C ....1 bod

(tento bod sa neuzná, ak žiak iba tipuje, ak jeho odpoveď nevyplýva z postupu)

Spolu maximálne 5 bodov.

<u>2.Riešenie:</u>

<u>1.spôsob:</u> Trojuholníky AED, ECD majú rovnakú výšku v_D z vrcholu D na stranu AE, resp. EC (obr.1). Keďže $|AE|=2.|EC|$, tak $|AE|.v_D=2.|EC|.v_D$. Teda obsah trojuholníka AED je dvojnásobkom obsahu trojuholníka ECD. Podobne trojuholníky AEB a ECB majú rovnakú výšku v_B, a preto obsah trojuholníka AEB je dvojnásobkom obsahu trojuholníka ECB. Obsah trojuholníka ABD musí byť teda dvojnásobkom obsahu trojuholníka BCD, čiže obsah lichobežníka je trojnásobkom obsahu trojuholníka BCD.

<u>2.spôsob:</u> je založený na tom, že trojuholníky ABE a CDE sú podobné a teda musí platiť $|AB|=2.|CD|$. Pre obsah lichobežníka potom platí:

$$\frac{(|AB|+|CD|).v}{2}=\frac{3.|CD|.v}{2}$$

čo bolo treba dokázať (obr.2).

Hodnotenie: Spolu maximálne 4 body.

3.Riešenie:

a) Vagóny si môžeme očíslovať od 1 po 9. Medzi nimi je 8 spojov. Z 8 spojov možno 2 spoje vybrať (tie, ktoré rozpojíme) $C_2{}^8 = 28$ spôsobmi.

b) Jedna trojica vagónov spôsobí, že dva spoje vedľa seba nerozpojíme. Túto trojicu vagónov možno chápať ako jeden "dlhý" vagón, čiže bude treba rozpojiť (akoby) dva zo 6 spojov. To sa dá $C_2{}^6 = 15$ spôsobmi. Z týchto 15 spôsobov sú však tri rovnaké, a to keď za "dlhý" vagón považujeme prvé tri, stredné tri, resp. posledné tri vagóny pri rozdelení súpravy 9 vagónov po 3 vagónoch. Takže je len 13 rôznych možností. Úlohu možno vyriešiť aj nakreslením všetkých prípadov.

Hodnotenie : a) maximálne .... 2 body
b) maximálne .... 4 body
(za 15 možností len .... 2 body)

Spolu maximálne 6 bodov.

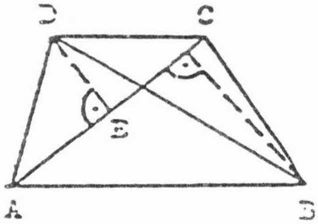
4.Riešenie : a) Priamky sú mimobežné.

b) Ide o uhol AGP (obr.3). Dá sa vypočítať rôznymi spôsobmi. Po umiestnení do súradnicovej sústavy sa dá vypočítať ako uhol vektorov C − H, A − G.

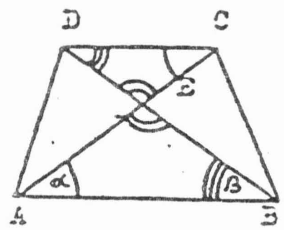
$\cos(\text{uhol } AGP) = \sqrt{0,3}$, $|\text{uhol } AGP| = 56°47'$

Hodnotenie : a) mimobežky .... 1 bod
b) celkove maximálne ..... 4 body

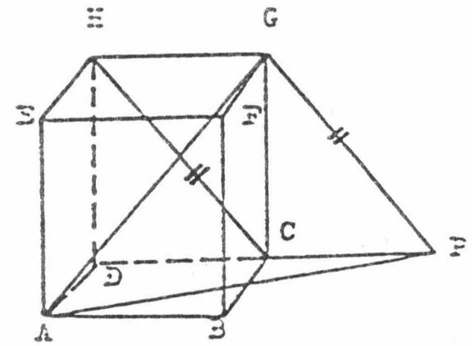
Spolu maximálne 5 bodov.



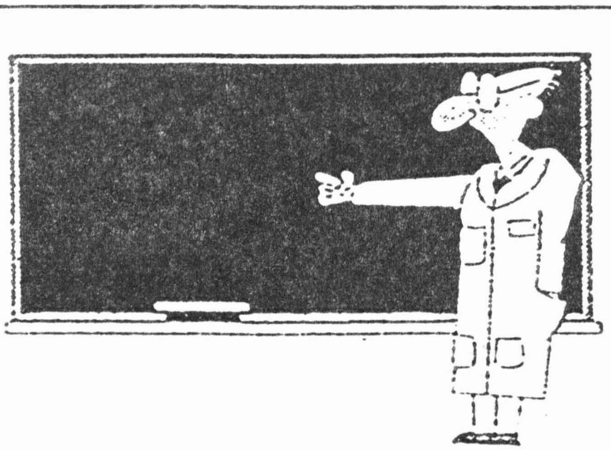
Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3



MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA
pre učebné odbory SOU (1.-3.ročník)
a
pre 1.ročník študijných odborov SOU a SOŠ
(Kategórie K a L)
Školské kolo

Autori : RNDr. Begányiová Marta
RNDr. Mäsiar Pavol

1. Kino z dôvodu nízkej návštevnosti vyhlásilo lákavú akciu. Každý desiaty divák nielenže nemusel platiť vstupné, ale navyše dostal z pokladne kina 22 Sk, čo bola cena jednej vstupenky.
   a) Koľko korún získali takto v pokladni za predstavenie od sto divákov ?
   b) Vieme, že v pokladni kina získali za dané predstavenie celkove 2 310 Sk. Rozhodnite, ktoré z tvrdení A, B, C je pravdivé a prečo (napíšte zdôvodnenie).
   A : V kine bolo určite menej ako 130 divákov.
   B : V kine bolo určite viac ako 130 divákov.
   C : Ani jedno z tvrdení A a B nie je pravdivé.

2. Tvrdosť materiálu sa zisťuje tzv. Brinellovou skúškou, pri ktorej sa do skúšaného materiálu vtlačí určitou silou oceľová guľka. Do akej hĺbky v stene kovu bola vtlačená guľka s priemerom 10 mm, keď na povrchu steny vytlačila kruh s priemerom 5 mm ?

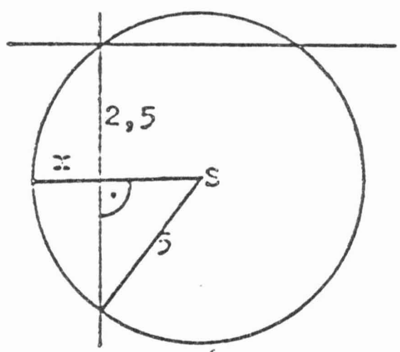
3. Bol raz jeden obchodník, ktorý predával vajcia. Slepačie, ale aj kačacie. Mal 6 košov a v každom koši vajcia iba jedného druhu. Kačacie alebo slepačie. Na jarmoku predal jeden kôš a cestou domov zistil, že mu zostalo dvakrát toľko slepačích vajec ako kačacích. Ktorý kôš predal, ak vieme, že v prvom koši mal 5 vajec, v druhom 23, v treťom 6, vo štvrtom 29, v piatom 12 a v šiestom 14 vajec ?

4. Vypočítajte obsah rovnoramenného lichobežníka, ktorého základne sú v pomere 4 : 3, rameno b = 13 cm a výška v = 12 cm.

Riešenie a hodnotenie úloh - Kategória K a L

1. Riešenie a hodnotenie: a) 100 divákov ... 1 760 Sk ... 1 bod
b) 130 divákov ... 2 288 Sk ... 1 bod
131 divákov ... 2 310 Sk ... 1 bod
129 divákov ... 2 310 Sk ... 1 bod
Pravdivé je tvrdenie C ... 1 bod
(tento bod sa neuzná, ak žiak len tipuje a jeho odpoveď nevyplýva z postupu)
Spolu maximálne 5 bodov.

2. Riešenie: $x = 5 - \sqrt{(25-6{,}25)} = 0{,}67$ (mm)



Hodnotenie:

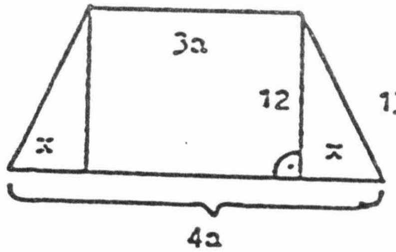
správné pochopenie úlohy s nákresem (pravouhlý trojúhelník) ... 2 body
výpočet neznámej strany tohto trojuholníka ... 1 bod
výpočet hĺbky, odpoveď ... 1 bod

Spolu maximálne 4 body.

3. Riešenie :
Pôvodne bolo spolu 89 vajec. Ak by obchodník predal prvý kôš (5 vajec), zostalo by mu 84 vajec. Tie možno rozdeliť v pomere 1 : 2 (28 :56), ale 28 kačacích mu nemohlo zostať, čo zistíme skúmaním zvyšných košov. Po preskúmaní všetkých možností nájdeme jediné riešenie : obchodník predal štvrtý kôš (29 vajec), zostalo mu 20 kačacích (v treťom a šiestom koši) a 40 slepačích vajec (v prvom, druhom a piatom koši).

Hodnotenie :
za súčet 89 a odpočítavanie predaných vajec ... 2 body
za preskúmanie všetkých možností a odpoveď ... 3 body
(deliteľnosť počtu nepredaných vajec číslom 3, rozdelenie zvyšných vajec v pomere 1 : 2 pri akceptovaní ich počtov v jednotlivých košoch)
Spolu maximálne 5 bodov.

4. Riešenie :
$x = \sqrt{169 - 144} = 5$ (cm)
$2x = a = 10$ cm
$S = (40 + 30).12/2 = 70.6 = 420$ (cm^2)



Hodnotenie :
nákres, pravouhlý trojuholník (12,13,x), výpočet x ... 2 body
výpočet dĺžky základní, obsahu ... 2 body
Spolu maximálne 4 body.

z murphologie - z murphologie - z murphologie

Najnovší zákon robotiky:
Jediné reálne chyby sú ľudské chyby.

Pravidlo spoľahlivosti:
Mýliť sa je ľudské, ale niečo dokonale zbabrať možno len pomocou počítača.

Poznámky k modernej vede:
1. Ak sa to nedá pochopiť sedliackym rozumom, ide o matematiku.
2. Keď to nedáva žiadny zmysel, potom ide buď o ekonómiu alebo psychológiu.
3. História je veda o tom, čo sa nikdy nestane dvakrát.

Odhad nepravdy:
Každý klame, to však vôbec nevadí, pretože nikto nikoho nepočúva.

Varovanie:
Bojte sa dňa, keď nebudete mať na čo nadávať.

D. J.