

# Učitel matematiky

---

Emil Calda

K úlohám o pěti cestovatelích a dvou symfoniích L. van Beethovena

*Učitel matematiky*, Vol. 2 (1994), No. 4, 46–47

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152768>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1994

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## K úlohám o pěti cestovatelích a dvou symfoniích L. van Beethovena

E. Calda, MFF UK Praha

V 11. čísle Zpravodaje (únor 1994) jsou v článku "Odstraňme matematiku ze škol" uvedeny dvě neřešené úlohy. Vzhledem k tomu, že se jedná o úlohy poněkud netradiční, chci se jimi krátce zabývat. Začneme úlohu o cestovatelích:

"Jeden cestovatel vidí s vrcholu věže do vzdálenosti 24 km. Do jaké vzdálenosti vidí 5 cestovatelů?"

Čtenář, který se domnívá, že správný výsledek je 120 km, bude nahlédnutím do výsledků nemile překvapen, neboť zde je uvedena hodnota 24 km. Pokusím se vysvětlit, proč. Především je vidět, že číslo 5 je liché (lze je totiž psát ve tvaru  $2k+1$ , kde  $k$  je přirozené), takže je možné z dalekých cestovatelů vybrat jednoho a zbylé rozdělit do dvojic; oba cestovatele v každé dvojici přitom postavíme čelem těsně proti sobě. Za předpokladu, že členové každého páru jsou přibližně stejně velcí, dohlédne každý z nich pouze do očí svého protějšku, tj. asi do vzdálenosti 10 cm. Všichni čtyři tedy dohlednou do vzdálenosti 40 cm, zatímco cestovatel, který členem žádného páru není, vidí do vzdálenosti 24 km. Všech pět tedy vidí do vzdálenosti 24 km plus 40 cm, což je 24,0004 km. Po zaokrouhlení - neboť vzdálenost, do níž dohlédneme, je dána s přesností na kilometry - dostáváme, že pět cestovatelů vidí do vzdálenosti 24 km. Věru pěkný příklad na sčítání různých jednotek a zaokrouhlování! Čtenář se může dále procvičit a zjistit, do jaké vzdálenosti dohlédne  $2n$  cestovatelů - pozor

však na to, že při dostatečně velkém  $n$  nemusí být souhrnná vzdálenost  $2n \cdot 10$  cm po zaokrouhlení na kilometry rovna nule!

Druhá úloha zní takto:

"Šedesátičlenný symfonický orchestr zahraje Beethovenovu Pátou za 44 minuty. Vypočtete, za jak dlouho zahraje Beethovenovu Devátou kvarteto".

Ukážeme si, že rutinní postup, který zvolí většina řešitelů, je nesprávný. Uvažují totiž takto: Protože počet hráčů kvarteta je patnáctkrát menší, než je počet členů šedesátičlenného symfonického orchestru, bude kvarteto hrát Beethovenovu Pátou patnáctkrát déle, tj.  $44 \cdot 15 = 660$  minut. Devátou pak bude hrát zřejmě  $9/5$ -krát déle než Pátou, tj.  $660 \cdot 9/5 = 1\,188$  minut, což je přibližně 20 hodin.

Proč je tento postup nesprávný? Protože částí Deváté symfonie je i Óda na radost, k jejímuž provedení je kromě symfonického orchestru zapotřebí i pěveckého sboru! A právě v tom je háček, neboť v zadání úlohy chybí jakýkoliv údaj o velikosti časového intervalu, během něhož je běžné pěvecké těleso schopno zapět nějakou známou skladbu. Úloha je tedy při daných údajích neřešitelná. K tomu, aby byla řešitelná, je nutno její zadání doplnit potřebným údajem: třeba tím, za jak dlouho Sbor moravských policistů přinutí zpívat Schillerovy Loupežníky.

