Jana Škerlíková
Maturitná skúška: matematika

Učitel matematiky, Vol. 3 (1995), No. 2, 28–31

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/152799

MATURITNÁ SKÚŠKA: MATEMATIKA

Aargauská kantonálna škola Baden,

literárne oddelenie šk.r. 1993/94

Poznámky:

1. Povolené pomôcky:
   - zbierka vzorcov
   - kalkulačka - „vreckový počítač" TI-85
   - písacie a rysovacie pomôcky

2. Všetky riešenia sú so stručnými poznámkami alebo zdôvodneniami a s formálnym riešením, s jasne viditeľným sledom myšlenok pri riešení úlohy.

3. Počítačové programy môžu byť použité, kde je to potrebné alebo zmysluplné. Použité algoritmy opísať slovne alebo formulou. Dobrá zrozumiteľná predstava základnej myšlienky je pre hodnotenie prinajmenšom tak dôležitá, ako s programom dosiahnutý numerický výsledok.

4. Minimálne potrebná presnosť numerického výsledku je v rámci zadania úlohy pevne stanovená. V teorietických úlohách sú žiadané formálne exaktné riešenia. Riešenie vyjádrené desat. číslom zaokrúhliť, ak je približné, na 5 platných číslic.

5. Vyberte si 5 úloh na vypracovanie, nie viac.

6. Časove trvanie skúška: 4 hodiny.

Zadal: H. R. Schneebeli

Úlohy:

1. Tri nasledujúce čiastkové úlohy sú na sebe nezávislé:
   a) Pre ktoré hodnoty s sú 3 vektory $(1, s, 2s)$, $(s, 2s, s)$, $(2s, s, 1)$ linearne závislé?
   b) Aká veľká je minimálna vzdialenosť medzi priamkou danou bodmi $A = [-1, 0, -2]$, $B = [3, -4, 5]$ a osou x?
   c) Z roviny α poznáme 3 body $P = [1, 2, 3]$, $Q = [3, 0, 2]$, $R = [5, -2, 3]$. Rovina β je opísaná rovnicou $2x - 6y + 3z = 24$.

Aká veľká je odchýlka oboch rovín α a β?

2. Pozorovaná pyramída s vrcholmi $O[0,0,0]$, $A[a,0,0]$, $B[0,b,0]$, $C[0,0,c]$.

a) Aké sú súradnice bodu E v trojúholníku A, B, C, ktorý leží najbližšie k bodu O?

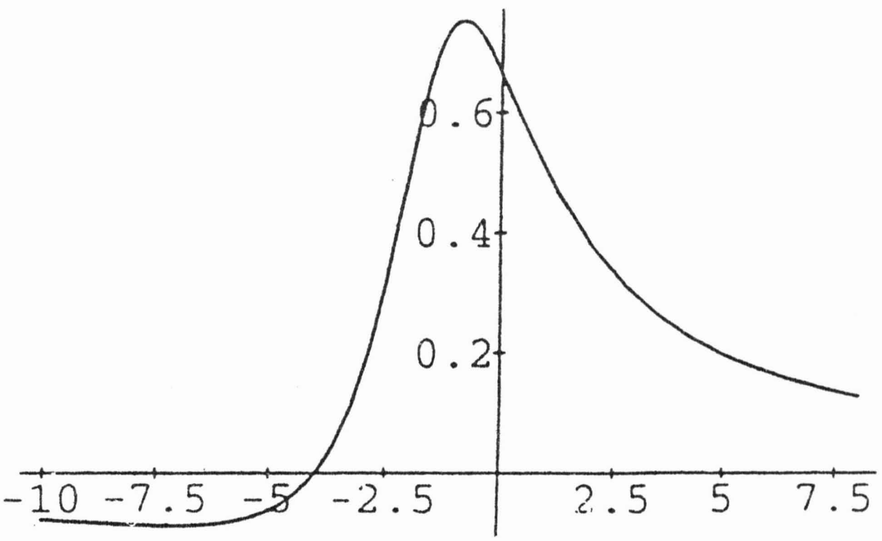
b) Aký veľký je plošný obsah každej zo 4 stien?

c) Porovnajte súčet štvorcov troch najmenších z týchto čísel s najväčším. Čo je pozoruhodné?

3. Tri následujúce čiastkové úlohy sú na sebe nezávislé.

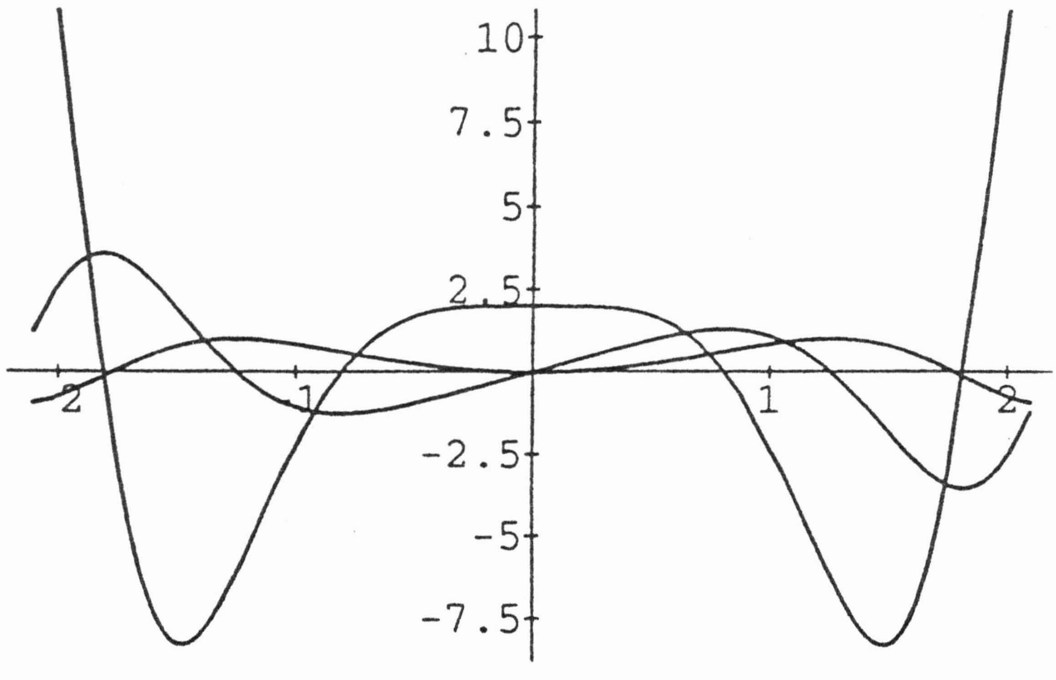
a) Načrtnite graf funkcie $g : x \to \sqrt{x}$ pre $x \in < 0, 3 >$. Aký veľký je objem rotačného telesa, ktoré vznikne rotáciou grafu funkcie g okolo osy x?

b) Nasledujúci obrázok ukazuje graf funkcie $f : t \to \frac{t+4}{t^2+3t+6}$.
Aké veľké je absolútne minimum tejto funkcie?



Obr. 1

c) Nasledujúci obrázok znázorňuje 3 grafy, patriace jednej funkcii, jej prvú a druhú deriváciu.
Ktorá krivka patrí ku ktorej funkcii a prečo?



Obr. 2

4. Veľa surovín je neobnoviteľných. Ich konečná zásoba sa vyčerpáva s plynúcim časom. Funkcia

$$R : t \to \frac{1}{1 + 2e^{\frac{t}{2}}}$$

opisuje typický stav rezerv surovín, ak funkciu času t.

a) Načrtnite priebeh funkcie R.

b) Načrtnite priebeh funkcie R', kvalitatívne správne.

c) Zdôvodnite alebo vyvráťte: Derivácia R' funkcie R v závislosti od času t popisuje momentálny výnos suroviny v rámci modelu.

d) Kedy je výnos suroviny v tomto modele maximálny? Aké veľké sú potom ešte zásoby?

5. Nasledujúca funkcia T popisuje dlhoročné priemerné hodnoty denných teplôt v Badene. Čas t v dňoch je opísaný od začiatku roka.

$$T(t) = 8{,}6 - 9\cos\left(\frac{2\pi}{365}t\right) - 2{,}5\sin\left(\frac{2\pi}{365}t\right).$$

a) Aké veľké sú extrémne hodnoty priemerných denných teplôt pre Baden?
b) Ktorý deň je štatisticky najchladnejším dňom v Badene?
c) V ktorých dňoch je ročný priemer a denný priemer rovnaký?
d) Aká veľká je priemerná hodnota teploty v januári?
e) Pre koľko dní je denný priemer teplôt v priebehu jedného roka okolo 10° C?

6. Mliekáreň vyrába jogurt a skúša, či je lepšie používať plastikové alebo sklenené poháre ako obaly. Pritom úlohu hrajú ekonomické i ekologické myšlienky a zákazníkove správanie. Ak budú sklenené poháre dané do odpadu, tak je sklenené balenie pridrahé. Ak môže byť každý sklenený pohár najmenej 25-krát použitý, tak má prednosť jeho viacnásobné použitie oproti plastikovému. Nech je p pravdepodobnosť, že zákazník sklenený pohár po použití vráti.

a) Aká je pravdepodobnosť, že sklenený pohár bude práve n-krát použitý?
b) Aká je pravdepodobnosť, že skl. pohár bude minimálne n-krát použitý?
c) Nech $p = 0{,}9$. Koľkokrát je potom jogurtový pohár v priemere použitý? Pre ktoré hodnoty p je priemerná životnosť pohára minimálne 25 cyklov?
Aký návrh byste predložili mliekárni, keď máte usudzovať na základe vášho riešenia?

Z německého originálu vybrala a přeložila
JANA ŠKERLÍKOVÁ
SPŠS Spišská Nová Ves