Jindřich Bečvář

Běžci a život

Učitel matematiky, Vol. 3 (1995), No. 3, 16–19

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/152819

IV.

- Označme x vzdálenost tratí A, B a y vzdálenost tratí B, C. Dosud jsme mlčky předpokládali $x = y$. Ve své původní úvaze jste prodloužil úsečku $(A100, B99)$ do bodu $C98$. Zjistili jsme, že spojnice poloh běžců ve skutečnosti netvoří úsečku $(A100, C98)$, ale lomenou čáru složenou ze dvou úseček. Co se děje s úhlem těchto úseček, jestliže měníme poměr $x : y$?

(Otázku je možné konkretizovat: Necháme žáka namalovat spojnice ve zvoleném okamžiku nejprve pro $y = x$, pak například pro $y = 2x$, $y = 3x$ atd.)

- Mohou být v každém časovém okamžiku polohy všech tří běžců na přímce?
- Jestliže ano, jaký poměr $x : y$ tomu odpovídá? (Poměr je asi nejjednodušší zjistit z podobnosti lichoběžníků, na jejichž ramenech leží počáteční a koncové body vektorů rychlostí běžců. Vyjde $x : y = v_1 : v_2 = v_2 : v_3 = 100 : 99$.)
- Na závěr zjišťujeme, že konstrukce uvedená v původním nesprávném postupu může být správná, pokud zvolíme $x : y = 100 : 99$. Pak ale prodloužením úsečky $(A100, B99)$ vznikne úsečka $(A100, C98{,}01)$, která není rovnoběžná s úsečkou $(B100, C99)$. Běžec A porazil běžce B o 1,99 m.

BĚŽCI A ŽIVOT

JINDŘICH BEČVÁŘ

Úloha o tom, jak *tři běžci A, B a C změřili po dvojicích síly ve třech vzájemných soubojích* na 100 m, je podle mého názoru nešťastná, neboť popsaný děj je naprosto nereálný.

a) Žádný běžec neběží celou trať konstantní rychlostí.
b) Žádný běžec nepodá stejný (sportovní) výkon ve dvou různých závodech.
c) Nepřesnosti, kterých se dopustíme uvedenou „matematizací" reálné situace (zavedení předpokladu o stejné konstantní rychlosti každého běžce v obou závodech), naprosto znehodnocují

výsledek úlohy. Vždyť při rozhodnutí, zda běžec A zvítězil nad C o více nebo méně než 2 m, jde o jeden jediný centimetr!!!

Žáci jistě viděli (např. v televizi) řadu závodů a dobře vědí, že jednotliví běžci běží během běhu (Ó, ta krásná čeština!) rychlostí zatraceně proměnlivou (např. jeden předběhne druhého uprostřed trati), že v jednom závodě podá běžec A vynikající, v jiném průměrný či dokonce špatný výkon (ve 3. běhu může běžec C porazit běžce A!). Děj popsaný v úloze se tedy zcela vymyká jejich životním zkušenostem. Dokonce i měření výsledků se výrazně odchyluje od života: v úloze se měří vzdálenost, která zbývá poraženému do cíle v tom okamžiku, kdy vítěz do cíle doběhl.

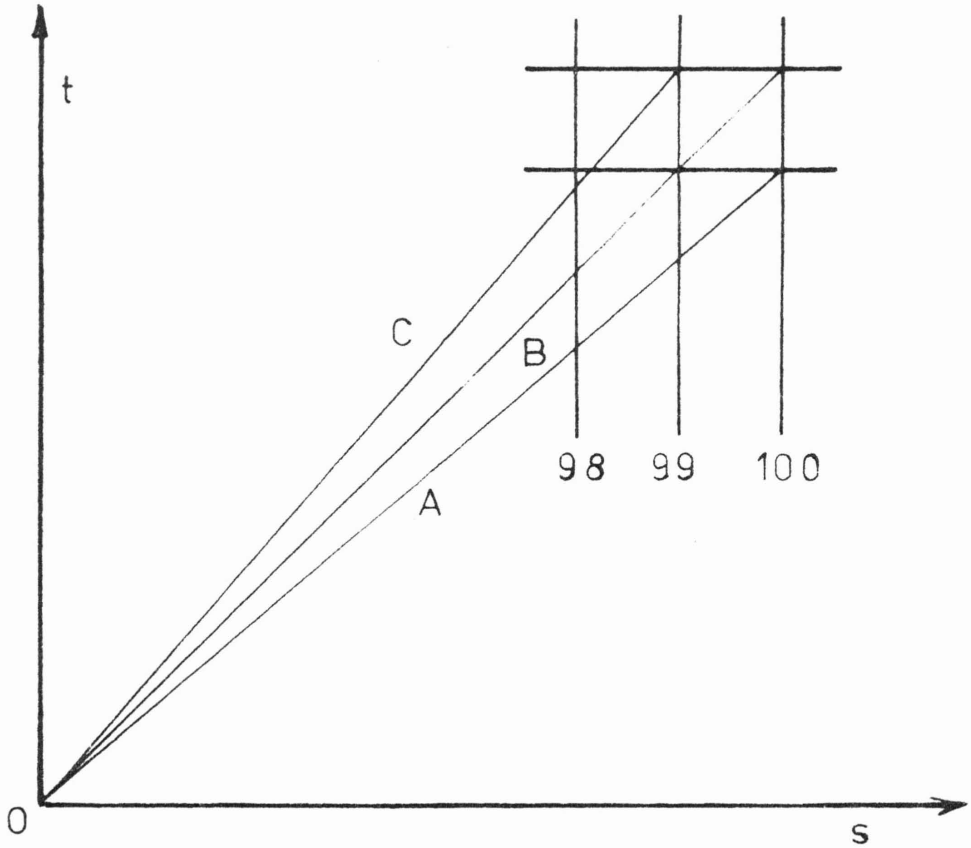
Setkávají-li se žáci častěji s podobnými úlohami, usoudí patrně (možná podvědomě – a o to je to horší), že matematika je chorobně přesná věda řešící nereálné či nesmyslné problémy. Dokonce i autor úlohy má jisté pochybnosti o předpokladech, ze kterých v úloze vychází, neboť nechá závodit ve 3. běhu ještě běžce A a C. Výsledek třetího běhu mohli přece rozhodčí vypočítat z výsledků 1. a 2. běhu a běžci mohli zatím relaxovat!

Matematický problém nastíněný úlohou však není nezajímavý. Autor úlohy si měl dát práci s vymyšlením „smysluplného" textu. Vytváření nesmyslných úloh se však stalo náruživou zálibou mnoha tvůrců. (Autor tohoto příspěvku již vymyslel řadu úloh smyslných.)

Úloha o hlemýždích již není úlohou ze života, ale z rekreační matematiky. Proto předpoklady o konstantních rychlostech nepůsobí násilně. Navíc jsou vhodným způsobem změněny vstupní hodnoty, aby chybnost úvahy „sugestivního řešení" byla ihned zjevná. (Student by však mohl oponovat, že úsečky rovnoběžné jsou, neboť hlemýžď C se po prohraném závodě s hlemýžděm B urazil a zavíčkoval.)

Je zajímavé, že k představě o stejnolehlosti, kterou popisují ve svém příspěvku M. Hejný a M. Koman, dospěl i P. Leischner (ve čtvrté části svého článku). Je poučné oba přístupy konfrontovat.

Kuřinův námět je možno modifikovat; získáme tak obrázek 5. I ten dává jasnou odpověď na položenou otázku.



Obr. 5

Jsem přesvědčen, že matematice je možno (a třeba) vyučovat srozumitelným způsobem, užívat co nejjednodušší postupy a zbytečně věci nekomplikovat. Proto na závěr tohoto příspěvku uvádím několik jednoduchých řešení úlohy o třech běžcích A, B a C; myslím si, že jsou pro žáky přijatelná. První řešení je kvantitativní, dává přesný výsledek; ostatní jen odpovídají na otázku, zda běžec A předběhl běžce C o více nebo méně než 2 metry.

1. řešení (výpočet):

Běžec B předběhne běžce C na sto metrech o jeden metr. Na každém metru ho tedy předběhne o jeden centimetr a na 99 metrech o 99 cm. Za stejný čas tedy uběhne A 100 m, B 99 m a C 98,01 m.

2. řešení (úvaha):

Běžec B běží rychleji než běžec C. Proto se jeho „náskok" vůči C stále zvětšuje. Když B uběhl sto metrů, měl náskok přesně jeden metr. Když uběhl 99 metrů, musel mít náskok menší. Běžec C tedy uběhl více než 98 metrů.

3. řešení (kinematické):

Uvažujme závod běžců B a C. Spojnice běžců B a C, tj. přímka BC, je v okamžiku startu totožná se startovní čarou. Vzhledem k tomu, že B je rychlejší než C, svírá pohybující se přímka BC se startovní čarou stále větší úhel. Šikmé úsečky (viz obr. 1) tedy nemohou být rovnoběžné; běžec C uběhl více než 98 metrů.

4. řešení (sporem):

Kdyby byly šikmé úsečky rovnoběžné, uběhl by běžec B poslední metr za stejnou dobu jako běžec C metr předposlední. Jejich rychlosti by tedy musely být stejné a to nejsou. Šikmé úsečky proto nemohou být rovnoběžné. Běžec C je pomalejší, uběhne za uvažovanou dobu méně než jeden metr; musel tedy mít za sebou již více než 98 metrů.

Ceterum autem censeo, že nejzávažnějším příspěvkem k problematice běžců A, B a C je příspěvek [3].

Literatura

[1] J. Kadleček: *Člověk se chybami učí!*, Učitel matematiky č. 12 (květen 1994), 44–45

[2] F. Kuřina: *Chybné, leč sugestivní řešení*, Učitel matematiky, 3(1994/95), č. 1(13), 33

[3] S. B. Leacock: *A, B a C aneb matematika z lidské stránky*, Učitel matematiky 3(1994/95), č. 2(14), 60–63