

# Učitel matematiky

---

František Kuřina  
Úlohy ze zahraničí

*Učitel matematiky*, Vol. 3 (1995), No. 4, 42–45

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/152843>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1995

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

Andrzej Walat  
Wacław Zawadowski

# MATEMATYKA IV

Podręcznik dla liceum ogólnokształcącego  
i liceum zawodowego

Wydanie drugie



Warszawa 1992  
Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne

## ÚLOHY ZE ZAHRANIČÍ

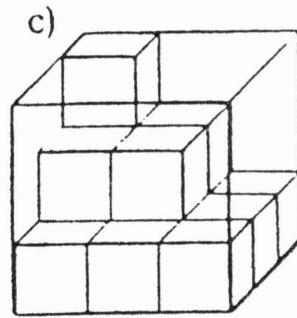
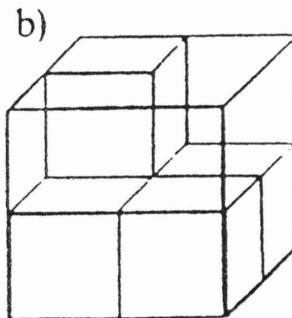
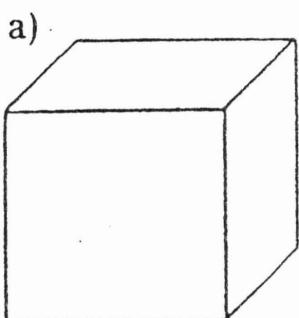
### Tři úlohy z učebnice matematiky pro polská lycea

Poslední z nové řady polských lyceálních učebnic matematiky je pozoruhodná obsahem (pravděpodobnost a statistika, povrchy a objemy těles, historie matematiky), podnětným zpracováním a poměrnou náročností.

Přetiskujeme zde kromě titulní strany obsah učebnice a tři geometrické úlohy.

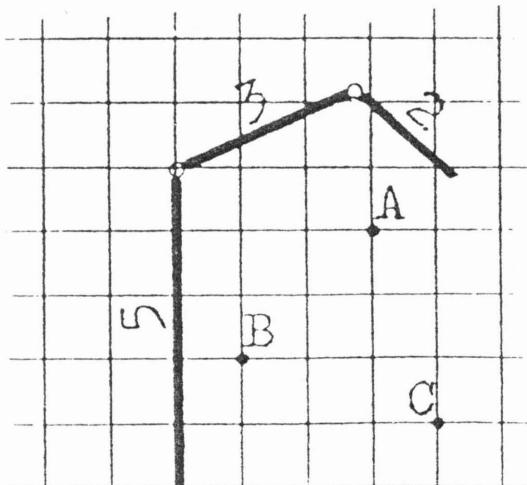
**1. a)** Z ilu klocków składa się jedno-, dwu-, trzypiętrowa wieża na rysunku 4.6a),b),c)?

- b) Ile klocków potrzeba na zbudowanie wieży sześciopiętrowej?
- c) Ile klocków potrzeba na zbudowanie wieży  $n$ -piętrowej?
- d) Jaka jest w sumie objętość wszystkich klocków, z których zbudowana jest wieża na rysunku 4.6a),b),c)?
- e) Jaka jest łączna objętość  $V$  wszystkich klocków, z których składa się wieża  $m$ -piętrowa?
- f) Oblicz  $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$ .



**2.** Dźwig, przedstawiony schematycznie na rysunku 4.7, składa się z trzech ramion o długościach: 5 m, 3 m, 2 m. Podstawa dźwigu i jego główne ramię mogą się tylko obracać dookoła pionowej osi (przechodzącej przez główne ramię). Pozostałe dwa ramiona są

dzięki łączącym je przegubom ruchome, ale zawsze trzy ramiona leżą w jednej płaszczyźnie. Oblicz na podstawie schematu, jakie powinny być kąty pomiędzy ramionami, żeby łapa dźwigu (koniec najkrótszego ramienia) znalazła się w punkcie A, B, C? Jaką figurę tworzy zbiór tych wszystkich punktów przestrzeni, których może dosiągnąć łapa dźwigu?



**3.** Ile kątów protych może mieć: trójkąt, czworokąt, pięciokąt wypukły,  $n$ -kąt wypukły, sformułuj ogólną regułę i uzasadnij ją.

**1a)** Z kolika krychlových kamenů se skládá jedno, dvou a třípatrová věž nakreslená na obrázku?

- b) Kolik kamenů je třeba na postavení šestipatrové věže?
- c) Kolik kamenů je třeba na postavení  $n$ -patrové věže?
- d) Jaký je objem všech kamenů, z kterých jsou postaveny věže na obrázku? (Za jednotku volte objem krychle, do níž věže stavíme.)
- e) Jaký je objem  $V$  všech kamenů, z nichž se skládá  $m$ -patrová věž?
- f) Vypočítej  $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n$ .

**2.** Jeřáb znázorněný schematicky na obrázku se skládá ze tří ramen dlouhých 5m, 3m, 2m. Základna jeřábu a jeho hlavní rameno se může pouze otáčet kolem svislé osy, která prochází hlavním

ramenem. Zbývající dvě ramena jsou spojena pohyblivě, ale tak, že náležejí stále též rovině. Vypočítejte podle obrázku úhly ramen, jestliže ruka jeřábu (konec nejkratšího ramene) se nalézá v bodě  $A, B, C$ ? Jaký útvar tvoří množina všech bodů prostoru dosažitelných rukou jeřábu.

3. Kolik pravých úhlů může mít: trojúhelník, čtyřúhelník, konvexní pětiúhelník, konvexní  $n$ -úhelník. Zformuluj obecné pravidlo a zdůvodni je.

FRANTIŠEK KUŘINA  
PdF VŠP Hradec Králové

<b>Rozdział I. Rachunek prawdopodobieństwa ze statystyką . . . . .</b>	7
1. Wprowadzenie . . . . .	7
2. Doświadczenia losowe . . . . .	9
3. Przyrządy do losowania . . . . .	13
4. Proste przykłady zastosowania generatorów liczb losowych . . . . .	19
5. Deska Galtona . . . . .	24
6. Rozkład remisów w rozgrywkach . . . . .	29
7. Zadania kombinatoryczne. Przykłady . . . . .	34
8. Zadania o łączaniu punktów odcinkami i wybieraniu par ze zbiorów skończonych . . . . .	36
9. Przykłady zastosowania drzew do rozwiązywania zadań kombinatorycznych . . . . .	38
10. Zadania o układaniu słów z liter skońченego alfabetu, systemy pozycyjne liczebników . . . . .	41
11. Obliczanie, ile dróg łączy dwa punkty na mapie lub na grafie . . . . .	45
12. Trójkąt Pascala . . . . .	48
13. Rozkład teoretyczny kul na desce Galtona . . . . .	51
14. Zdarzenia . . . . .	58
15. Własności prawdopodobieństwa, obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń . . . . .	62
16. Kilka różnych rozwiązań jednego zadania i jedno rozwiązanie kilku różnych zadań . . . . .	70
17. Stochastyczna zależność zdarzeń, prawdopodobieństwo warunkowe . . . . .	82
18. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym . . . . .	88
19. Zadania o treści statystycznej . . . . .	93
<b>Rozdział II. Pola i objętości . . . . .</b>	110
1. Pola powierzchni i objętości graniastosłupów i ostrosłupów . . . . .	110
2. Pola powierzchni i objętości walca, stożka i kuli . . . . .	128
<b>Rozdział III. Wybrane zagadnienia z historii matematyki . . . . .</b>	147
1. Wybrane zagadnienia z historii algebra . . . . .	147
2. Wybrane zagadnienia z historii geometrii . . . . .	159
3. Wybrane zagadnienia z historii arytmetyki i teorii liczb . . . . .	212
4. Wybrane zagadnienia z historii rachunku prawdopodobieństwa i statystyki . . . . .	230
<b>Rozdział IV. Zadania różne . . . . .</b>	239
Odpowiedzi . . . . .	249
Indeks . . . . .	255