

# Učitel matematiky

---

Jiří Břehovský; Jana Čerychová

Možnosti rozvíjení logického myšlení žáků v hodinách matematiky – 1.  
část

*Učitel matematiky*, Vol. 33 (2025), No. 1, 1–20

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/153002>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2025

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:  
*The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

# MOŽNOSTI ROZVÍJENÍ LOGICKÉHO MYŠLENÍ ŽÁKŮ V HODINÁCH MATEMATIKY – 1. ČÁST

JIŘÍ BŘEHOVSKÝ, JANA ČERYCHOVÁ

## Úvod

Rozvoj logického myšlení žáků je důležitým aspektem vzdělávání. Schopnost logicky uvažovat zvyšuje žákovu úspěšnost při řešení školních problémů. Logické myšlení využíváme při každodenním rozhodování, posuzování informací či hledání cest k řešení problémů. Matematika má na rozvoj logického myšlení žáků významný vliv. Proto je vhodné při výuce matematiky využívat další prostředky, které k rozvoji logického myšlení žáků přispívají. Někdy může být pro učitele obtížné takové prostředky vyhledat a efektivně je zařazovat do výuky. Rádi bychom proto postupně v několika příspěvcích publikovali výstupy diplomové práce s názvem Možnosti rozvíjení logického myšlení žáků v hodinách matematiky, ve které jsme se možnostmi rozvíjení logického myšlení žáků druhého stupně základní školy zabývali. Hlavním cílem článku je poskytnout čtenáři vytvořené úlohy, které mají potenciál přispět k rozvíjení logického myšlení žáků a které je možné využít při výuce matematiky. Naším cílem není poskytnout širokou studii o logice a logickém myšlení a zájemce o hlubší zkoumání těchto oblastí odkážeme na odbornou literaturu.

V prvním příspěvku představíme základní teoretická východiska, na jejichž základě vznikla klasifikace vytvořených úloh, a zaměříme se na popis konkrétních úloh, které mají potenciál k rozvíjení různých aspektů logického myšlení žáků v hodinách matematiky. V tomto článku uvedeme prvních třináct konkrétních úloh, u kterých představíme jeden způsob řešení.

Postupně bychom rádi takto uveřejnili celkem 45 podobných úloh vhodných k rozvíjení logického myšlení žáků při hodinách matematiky. Úlohy jsou primárně určeny pro žáky druhého stupně základní školy.

## Logické myšlení

Pojem logické myšlení byl zkoumán a definován řadou autorů. K popisu logického myšlení použil Carroll (1993) ve své práci příklad rozhovoru dvou lidí. Na konci rozhovoru jeden z nich řekl: „To je docela logické.“ Tím myslel, že jeho výrok neodvolatelně vyplývá z toho, co již bylo řečeno a prokázáno jako správné. Podle jeho definice tedy logika znamená určitý proces myšlení, schopnost správně myslet, přesněji řečeno schopnost uvažovat, tj. vyvozovat závěry z určitých poznatků nebo myšlenek.

Podle Rice (2015) jde v logickém uvažování o schopnost vysvětlit, proč se něco děje, a to na základě faktů a znalostí, o nichž víme, že jsou pravdivé. Logické myšlení nám umožňuje efektivně se rozhodovat a předvídat a také analyzovat a pochopit události, které se již staly. Artino (2008) a Widodo et al. (2017) ve svých studiích popisují schopnost logicky myslet jako proces myšlení, který důsledně využívá matematická odůvodnění a logiku tak, aby byl dosažen očekávaný závěr. Tato schopnost je potřebná nejen k vytváření dobrých a oprávněných strategií, ale také při řešení problémů v každodenním životě.

Kognitivním vývojem jedince a jeho aspekty se zabývá celá řada autorů, kteří formulovali různé teorie, v nichž sledovali, kdy a za jakých okolností k tomuto vývoji dochází. V rámci svých studií se často zabývali i vývojem logického uvažování jedince, za všechny zmiňme Piageta (1928), Vygotského (2017) a Case (1978). Z výsledků jejich studií vyplývá, že jedním z nevhodnějších období pro rozvíjení logického myšlení jedince je období školní docházky. Purnami et al. (2018) ve své studii také uvádí, že na formování logického myšlení člověka může mít vliv mnoho faktorů, přičemž mezi ty nejvlivnější patří učitel. Právě tyto úvahy jsou také důvodem, proč zaměříme svou pozornost právě na období druhého stupně ZŠ.

## Rozvoj logického myšlení v hodinách matematiky

Logické myšlení člověka se výrazně a aktivně rozvíjí především v období docházky na základní školu. Rozvoj logického myšlení žáků probíhá v procesu učení v rámci všech předmětů, v komunikaci s vrstevníky a dospělými i při každodenních činnostech. Role výuky matematiky ve vývoji logického myšlení je velmi rozsáhlá. Hlavní součástí matematického vzdělávání je rozvoj schopnosti plně argumentovat (O'ljajevna et al., 2020). Pro rozvoj logického myšlení žáků je třeba vzdělávací proces koncipovat tak, aby žáci měli prostor pro vytváření vlastních úsudků, samostatné objevování nových poznatků či hledání nestandardních způsobů řešení problémů. V tomto kontextu jde především o využívání těchto tří prostředků: konstruktivistické výuky, řešení úloh pomocí heuristických strategií a řešení úloh rozvíjejících logické myšlení.

Konstruktivistickou výuku chápeme jako proces, který pojímá učení a poznání jako aktivní proces probíhající v interakci žáka s poznávanou skutečností a s druhými lidmi. V tomto procesu učitel vytváří pedagogické situace, při kterých dochází k aktivním kognitivním činnostem žáka (Polák, 2016). Jsou při něm dodržovány zásady didaktického či realistického konstruktivismu (Hejný & Kuřina, 2009). Právě takovýto způsob výuky vede k rozvoji logického myšlení žáka, jelikož si na základě předložených informací vytváří nové úsudky a zamýšlí se nad jejich pravdivostí (Molnár, 2008). Vše se samozřejmě děje s přihlédnutím na objektivní schopnosti a možnosti žáků příslušného ročníku ZŠ.

Dovednost řešit problémy tvoří základ úspěšného matematického vzdělávání. Hledání řešení vybraných problémů pomáhá rozvíjet, zdokonalovat a kultivovat matematické myšlení. Řešení úloh mohou žáci realizovat jedním ze tří způsobů v závislosti na jejich angažovanosti, schopnostech a dovednostech: pokusem, přímým způsobem (aplikací naučené znalosti či algoritmu), užitím heuristické strategie (Eisenmann et al., 2015). Klasifikaci a možnostem využití heuristických strategií k řešení matematických problémů je věnováno mnoho publikací (Eisenmann et al., 2015; Kopka, 1999; Polya, 2004).

V kontextu našeho článku a představovaných úloh chápeme pojem logické myšlení žáků jako „nástroj“, který jim umožňuje správně analyzovat danou situaci v celém kontextu, poskytuje jim možnosti a schopnosti vysvětlit, proč se něco děje, a to na základě faktů a znalostí, o nichž vědí, že jsou pravdivé. Dále žákům umožňuje správně využívat matematická odůvodnění tak, aby dosáhli očekávaného závěru, a v neposlední řadě nalézt a využít efektivní strategii vedoucí k řešení předloženého problému.

## Klasifikace úloh s potenciálem rozvíjet logické myšlení

Naším cílem bylo vytvořit sbírku úloh, které mají potenciál rozvíjet logické myšlení žáků ZŠ a které lze zařadit do výuky matematiky. Chtěli jsme tak poskytnout další úlohy, se kterými se učitelé matematiky nemuseli setkat, a nabídnout jim je pro účelné zpeřování výuky. Zaměřili jsme se proto na úlohy z prostředí „rekreační“ matematiky a v něm hledali inspiraci a náměty. Úlohy z tohoto prostředí jsou charakteristické tím, že je jejich řešení do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky. Jedná se o úlohy, které mohou být pro žáky motivační a které mohou, po jejich modifikaci, ukazovat školskou matematiku jako zajímavý a přitažlivý předmět.

Klasifikace úloh s potenciálem rozvíjet logické myšlení není v současnosti jednoznačně zavedená. Důvodem je jejich značná rozmanitost. Vymezením úloh rozvíjejících logické myšlení se zabývá Leontýna Břízová (2019), která ve svém článku uvádí a popisuje čtrnáct typů těchto úloh. O rozdělení úloh s potenciálem rozvíjet logické myšlení se pokusil Český svaz hádankářů a křížovkářů, který vytvořil tři velmi obsáhlé klasifikace zahrnující obrovské množství různorodých úloh (<https://www.cshak.cz/klasifikace-0>). Na základě rešerší výše zmíněných klasifikací a publikací Campbella et al. (2010), Hemmeho (2019), Loukoty (1998), Molnára (1997), Rougiera (2017) a Smullyana (2015) jsme vytvořili úlohy, které mají potenciál rozvíjet různé aspekty logického myšlení a které lze zařadit do výuky matematiky. Vznikla

tak sbírka 16 typů úloh s potenciálem rozvíjet logické myšlení, které jsme z důvodu přehlednosti roztřídili do čtyř kategorií:

1. **Slovní úlohy** – kombinatorické úlohy, logické úlohy, algebraické úlohy a zebry.
2. **Úlohy založené na objevení a uplatnění vztahů** – číselné a obrázkové posloupnosti, číselná schémata, útržky úloh, patří/nepatří a algebrogramy.
3. **Geometrické úlohy** – úlohy se sirkami, úlohy jedním tahem, rozdělení obrazce a tangram.
4. **Lokalizační úlohy** – magické obrazce, správné uspořádání, zabarvovací úlohy.

Naše klasifikace je tedy vztažená na námi vytvořenou sbírku úloh a jejím cílem není obsáhnout všechny kategorie úloh, které mohou logické myšlení rozvíjet. Hlavním kritériem pro tuto klasifikaci byl způsob zadání úlohy, neboť právě ten mají mnohé úlohy podobný, a dalším kritériem byl jistý kontext či úkol, který má žák vyřešit. První kategorie úloh se vyznačuje slovním zadáním, druhá kategorie obsahuje zadání: „*Objev vztah . . .*“, třetí kategorie úloh je zadána pomocí geometrických útvarů a čtvrtá kategorie obsahuje zadání: „*Správně umísti.*“. U každé ze čtyř kategorií uvádíme typy úloh, které do ní patří. Všechny kategorie a názvy typů úloh přesně popíšeme při jejich představení v tomto a dalších plánovaných článcích. Nyní se podrobněji zaměříme na popis první kategorie a přesnější charakteristiku každého z uvedených typů úloh. Ke každé úloze přiřadíme stručný komentář, ve kterém je uvedeno správné řešení úlohy (naším cílem není ukázat všechny strategie řešení úlohy).

### **Slovní úlohy** (*kombinatorické úlohy, logické úlohy, aritmetické úlohy a zebry*)

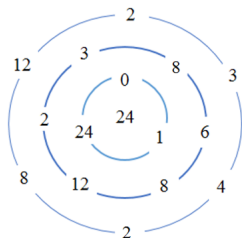
Obecně chápeme slovní úlohu jako verbálně formulovaný matematický problém. Jejich řešení je pro mnohé žáky nejnáročnější

částí učiva matematiky. Základem úspěšného řešení slovní úlohy je porozumění jejímu zadání a následné přeložení reálné situace vyjádřené běžným jazykem do jazyka matematického (Polák, 2014). V našem kontextu jde o úlohu, která má slovní zadání a která nemusí obsahovat pouze matematický problém.

### Kombinatorické úlohy

Kombinatorickou úlohou chápeme takový problém, u kterého je cílem vytváření nejrůznějších konfigurací a schémat. Nejčastěji se jedná o přeuspořádání prvků skupiny či o výběr prvků z předem určené konečné množiny na základě toho, zda se prvky mohou, či nemohou opakovat a zda záleží, či nezáleží na pořadí prvků. V praxi můžeme kombinatoriku využít např. při tvorbě rozvrhu hodin z daných předmětů či při sestavování rozpisu zápasů jednotlivých týmů v rámci hokejového turnaje (Příhonská & Břehovský, 2017). Žáci základní školy nemají matematické nástroje potřebné k řešení kombinatorických úloh. Řeší je pomocí experimentování prostřednictvím manipulace s danými prvky, nahodile, nebo systematicky hledají možná řešení či využívají grafického znázornění ve formě vhodných schémat. Právě proto jsou kombinatorické úlohy vhodné pro rozvoj logického myšlení žáků.

**Úloha 1.** Na obrázku 1 je plán labyrintu. Každý průchod (otvor) je označen číslem. Procházíš-li otvory, násobíš postupně čísla, s nimiž se setkáš. Do středu labyrintu se dostaneš, získáš-li číslo 24 (číslo ve středu labyrintu). Kolik je způsobů, jak se můžeš dostat do středu labyrintu? Pohybovat se můžeme vždy jen z většího kruhu do menšího. (*Inspirováno Campbell & Morgan, 2010*)



Obr. 1: Labyrint

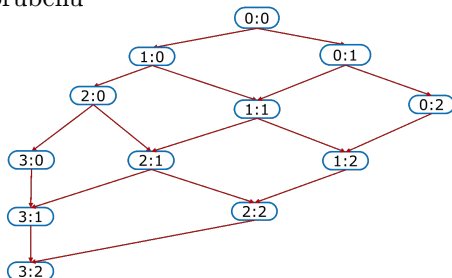
*Komentář:* Jedná se o kombinatorickou úlohu, ve které si žáci mohou prohloubit znalosti o komutativitě násobení, dále pak o důsledcích násobení čísla číslem nula a číslem jedna. Z pohledu logického myšlení cílíme převážně na hledání strategií vedoucích k řešení úlohy. Žáci mohou zkoušet různé možnosti nebo labyrint analyzovat a uvědomit si, že do středu labyrintu se mohou dostat pouze průchodem s číslem 1. V takovém případě již stačí ve dvou zbývajících kružnicích hledat průchody s čísly, jejichž součin je roven 24. Pro žáky může být obtížné objevit různé cesty se stejnou číselnou kombinací. Například cestu s číselnou kombinací 3; 8; 1 můžeme využít dvakrát, protože prostřední kružnice obsahuje dva průchody s číslem 8. Úlohu lze snadno ztížit výměnou čísel 0 a 24 za čísla 2 a 3. Pro využití úlohy v 8.–9. ročníku lze přirozená čísla nahradit desetinnými čísly, zlomky či výrazy s neznámými.

*Řešení:* 7 způsobů;  $3 \cdot 8 \cdot 1$ ;  $3 \cdot 8 \cdot 1$ ;  $4 \cdot 6 \cdot 1$ ;  $2 \cdot 12 \cdot 1$ ;  $2 \cdot 12 \cdot 1$ ;  $12 \cdot 2 \cdot 1$ ;  $8 \cdot 3 \cdot 1$

**Úloha 2.** Hokejový zápas skončil výsledkem 3:2. Zjisti, kolik různých průběhů mohl zápas mít.

*Komentář:* Úloha cílí na rozvíjení logicko-kombinatorického myšlení žáků. Ke správnému vyřešení vede systematické zaznamenávání jednotlivých průběhů. V rámci motivace doporučujeme využít skóre z reálného utkání, které žáci sledovali nebo se ho účastnili. Je však třeba mít na paměti, že s rostoucím počtem gólů u obou týmů vzrůstá náročnost úlohy. Na obrázku 2 je grafické řešení úlohy s využitím uzlového grafu.

*Řešení:* 10 průběhů



Obr. 2: Průběhy utkání

## Logické úlohy

Logickou úlohu chápeme jako problém, který vychází ze zákonů formální logiky, a při jeho řešení je třeba správně vyvozovat závěry z daných předpokladů. Formální logika není učivem základní školy, a tak žáci tyto úlohy řeší pomocí úsudku.

Ke správnému řešení je potřeba důkladné pochopení textu a vztahů mezi jednotlivými objekty vyskytujícími se v úloze a správný úsudek. Logických úloh existuje celá řada, pro náš záměr využíváme ty vycházející z úkolů o poctivcích a lhářích, o Alence v lese, o zapomínání, o Porciiných skříňkách a z úloh obsahujících sylogismy. V každé z těchto úloh musí řešitel určit, co je a co není pravda na základě daných tvrzení (Břízová, 2019).

**Úloha 3.** Přeneseme se na ostrov, na kterém žijí 2 typy lidí – poctivci, kteří mluví vždy pravdu, a padouši, kteří vždy lžou. Každý obyvatel ostrova je buď poctivec, nebo padouch. Mezi obyvatele ostrova patří i Adam a Marek, jejichž jména se vyskytují v zadání následujících úloh.

- |   |   |
|---|---|
| <p>a) Adam prohlásí: „Marek je padouch.“<br/>Marek odpoví: „Oba jsme padouši.“<br/>Urči, kdo je padouch a kdo poctivec.</p> | <p>b) Adam říká: „Aspoň jeden z nás je poctivec.“<br/>Marek říká: „Adam je padouch.“<br/>Urči, kdo je padouch a kdo poctivec.</p> |
|---|---|

*(Inspirováno Smullyan, 2015)*

*Komentář:* Jedná se o velmi náročné úlohy, které doporučujeme předkládat pouze vybraným žákům a dopřát jim k řešení dostatek času a klidu. Při řešení žáci rozvíjejí schopnost zamýšlet se nad důsledky pravdivostí jednotlivých tvrzení. Jsou nuceni stanovovat předpoklady a pomocí daných tvrzení je ověřovat. Důležité je, aby si žáci uvědomili, co z daných tvrzení vyplývá a co nikoliv. Poté hledáme rozpor.

*Řešení:* a) Adam je poctivec, Marek je padouch. b) Adam je poctivec, Marek je padouch.

**Úloha 4.** Zebra lže pouze v pondělí, úterý a středu. Šimpanz lže pouze ve čtvrtek, pátek a sobotu. Mauglí se ptal zebra a šimpanze, jaký je den. Zebra řekla: „Včera byl jeden z mých dnů, kdy lžu.“ Šimpanz odpověděl: „Včera byl jeden z mých prohraných dnů.“ Který den se Mauglí ptal? *(Inspirováno Matematický klokan 2022)*

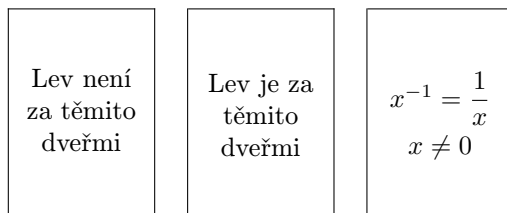
*Komentář:* Úloha cílí na rozvíjení schopností žáka zamýšlet se nad důsledky vyřčených tvrzení. Informace obsažené v zadání lze přehledně zaznamenat například do tabulky. V tabulce 1 s jednotlivými dny v týdnu v záhlaví řádku a zebrou a šimpanzem v záhlaví levého sloupce barevně označíme dny, kdy zvířata lžou. Poté vyznačíme (tečkou), kdy mohli šimpanz a zebra prohlásit daná tvrzení.

*Řešení:* čtvrtek.

Tab. 1

	po	út	st	čt	pá	so	ne
zebra	•			•			
šimpanz				•			•

**Úloha 5.** Za jedněmi dveřmi je lev. Na každých dveřích je napsán výrok, z nichž nejvýše jeden je pravdivý (obr. 3). Za kterými dveřmi je lev?



Obr. 3

*(Inspirováno Matematický klokan 2017)*

*Komentář:* Úloha cílí na rozvíjení žákovy schopnosti určit pravdivostní hodnotu výroku i vytvořit a porozumět jeho negaci. Obtížnost úlohy lze měnit pomocí tvrzení na posledních dveřích, kam je možné umístit jakýkoliv pravdivý výrok. Tím docílíme propojení výrokové logiky s jakýmkoliv aktuálně probíraným učivem.

Např. pro šestý ročník můžeme využít tato tvrzení: číslo 697 045 je dělitelné 9; číslo 89 je prvočíslo; součet velikostí vedlejších úhlů je  $180^\circ$  atp.

*Řešení:* dveře číslo 1.

**Úloha 6.** Odpověz na otázky na základě daných tvrzení.

a)	b)
Všichni Lukášovi domácí mazlíčci mají 4 nohy.	Pokud je toto pokoj číslo 9, pak jsme ve čtvrtém patře.
Žádný papoušek nemá čtyři nohy.	Toto není pokoj číslo 9.

Má Lukáš papouška jako domácího mazlíčka?	Jsme ve čtvrtém patře?
---	------------------------

Ano	Ne	Nelze rozhodnout	Ano	Ne	Nelze rozhodnout
-----	----	------------------	-----	----	------------------

*Komentář:* Úlohy vycházejí z výrokové logiky a patří mezi tzv. sylogismy. Jejich kontext je založen na konkrétnosti a názornosti. Úlohy je třeba pozorně číst a následně řešit logickým úsudkem. Pro lepší názornost je možné si dané situace nakreslit.

*Řešení:* a) ne; b) nelze rozhodnout.

## Aritmetické úlohy

Aritmetické úlohy jsou v našem pojetí úlohy, k jejichž řešení je třeba provádět vhodné matematické operace se zadanými čísly. Nejedná se ale o klasické matematické příklady, které by ověřovaly, zda žáci umí sčítat, odčítat, násobit a dělit. Stěžejní částí těchto příkladů je objevení správného způsobu řešení, tedy rozhodnutí o tom, které matematické operace použijeme a v jakém pořadí. Ukázkovým příkladem aritmetických úloh jsou inverzně formulované slovní úlohy, ve kterých neznáme výchozí číslo, ale známe výsledek a cestu, kterou se k výsledku dostaneme. K výchozímu stavu se dostaneme řešením pomocí strategie cesta zpět. V širším kontextu lze do této kategorie zařadit libovolnou slovní úlohu, která k řešení vyžaduje matematické operace. Vhodným ilustračním příkladem je úloha 7.

**Úloha 7.** Na prádelní šňůře visí 10 kapesníků. Je takové teplo, že jeden kapesník uschne za čtvrt hodiny. Za kolik minut uschnou všechny kapesníky?

*Komentář:* Jedná se o velmi jednoduchou praktickou úlohu, při které však mohou mnozí žáci chybovat, neboť jsou zvyklí ve slovních úlohách hledat číselné hodnoty a s nimi provádět matematické operace (častým chybným řešením je výpočet  $10 \cdot 15 = 150$  minut). V tomto případě je třeba žáky vést k tomu, aby si situaci konkrétně představili, případně ji i načrtli a díky tomu získali potřebný vhled.

*Řešení:* 15 minut, všechny kapesníky schnou najednou. Fyzikální realita celého procesu obsahuje mnoho proměnných. Od uvážení doby nutné pro věšení kapesníků po různost proudění vzduchu a představy, že všechny kapesníky budou mít naprosto stejnou vlhkost v jeden okamžik. Proto je případná diskuse s žáky v tomto kontextu žádoucí. V uvedeném řešení zmíněné fyzikální proměnné zanedbáváme.

**Úloha 8.** Na babiččinu zahrádku chodí škodit slimáci. Každý den se jich tam objeví dvakrát víc než předchozí den. Dnes je středa a na záhonu je 16 slimáků. Který den v týdnu byl na zahrádce jen jeden slimák?  
(*Inspirováno Rougier, 2017*)

*Komentář:* Jedná se o inverzně formulovanou slovní úlohu, kterou je vhodné řešit pomocí heuristické strategie zvané cesta zpět. Stěžejní je uvědomění si inverzní operace k násobení dvěma. Úlohu je také možné řešit pomocí strategie pokus – ověření – korekce, při které žáci odhadnou den, kdy byl na zahrádce jen jeden slimák, a každý další den počet slimáků patřičně zvyšují. Následně rozhodnou, zda byl jejich odhad správný, či nikoliv. K řešení úlohy lze využít tabulku 2. Napíšeme si dny v týdnu a ke středě za-

Tab. 2

	pá	so	ne	po	út	st
počet slimáků		1	2	4	8	16

píšeme počet 16 slimáků. Následně doplňujeme počet slimáků na předchozí dny (út, po, ...).

*Řešení:* v sobotu.

Zadání úlohy lze modifikovat počtem slimáků nebo dnem v týdnu. Například řekneme, že ve středu bylo na zahradě 24 slimáků, a zeptáme se, který den v týdnu byl na zahrádce jen jeden slimák. Cílíme nejen na nalezení řešení, ale také na správné zdůvodnění řešení žáky. Tedy, že nemohla nastat situace, aby byl při zachování daných podmínek na zahrádce jen jeden slimák. Důvod je vidět v tabulce 3, kterou vyplníme podobně jako tabulku 2.

Tab. 3

	so	ne	po	út	st
počet slimáků		3	6	12	24

**Úloha 9.** Součet věků skupiny dětí je 36 let. Za dva roky bude součet jejich věků 60 let. Kolik dětí je v této skupině? (*Inspirováno Matematický klokan 2022*)

*Komentář:* Pro žáky bývá náročné si uvědomit, jak se mění věk dětí ve skupině. Pomoci by v tomto směru mohla strategie konkretizace a zobecnění. Abychom lépe porozuměli celé situaci a mohli tak nalézt obecné řešení, konkretizujme nejprve zadanou úlohu. *Součet věků dvou bratrů je 10 let, o kolik let se tento součet změní za rok?* Po vyřešení konkretizované úlohy lze dále experimentovat pomocí další úlohy. *Co kdyby bylo bratrů pět? Jak se za rok změní součet jejich věků?* Obě situace lze vhodně graficky znázornit. Po objevení algoritmu řešení lze tento aplikovat i na původní úlohu. Pro nalezení řešení si tedy musíme uvědomit, že každé dítě za dva roky zestárne právě o dva roky. O kolik let v součtu zestárla po dvou letech celá skupina zjistíme odečtením 36 od 60. Součet věků skupiny dětí tedy vzroste o 24 let. Nyní stačí tento věk vydělit dvěma.

*Řešení:* 12 dětí.

**Úloha 10.** Pavel chce vyrobit rovný plot z 25 desek, z nichž každá je dlouhá 1,5 m. Desky chce poskládat tak, aby mezi dvěma

sousedními deskami bylo shodné mírné překrytí (na obrázku 4 v pohledu shora). Kolika centimetrové překrytí má zvolit, aby mu 25 desek přesně vystačilo na 36,3 m dlouhý plot?



Obr. 4

*Komentář:* Pro nalezení řešení je nutné určit, kolik překrytí musí Pavel na plotě udělat. To mohou žáci zjistit několika způsoby. Doporučujeme úvahu, že na konci každé desky kromě poslední je jeden překryv, tedy překryvů je o jeden méně, než je desek. To znamená, že plot složený ze dvou desek má 1 překryv, plot ze třech desek má 2 překryvy, ze čtyř desek 3 překryvy atd. (obr. 5). Tedy plot z 25 desek má 24 překryvů.



Obr. 5

V dalším kroku je třeba zjistit, kolik centimetrů má Pavel k dispozici na všechny překryvy. K tomu můžeme žáky navést otázkami typu: *Jak dlouhý plot z desek sestavíme, pokud ho uděláme bez překryvů?* ( $25 \cdot 1,5 = 37,5$ ) *Jak dlouhý má nový plot být? Kolik centimetrů přebývá?* ( $37,5 - 36,3 = 1,2$ ; což je 120 cm) Poslední krok – určení délky jednoho překryvu, by měli žáci zvládnout samostatně ( $120 : 24 = 5$ ).

*Řešení:* 5 cm

## Zebry

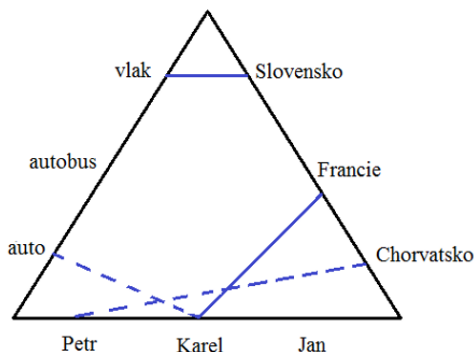
Zebry nazýváme logicko-kombinatorické úlohy, které vyžadují správné přiřazování navzájem si odpovídajících prvků z různých množin na základě několika zdánlivě nepostačujících informací. Při řešení je vhodné přehledně znázornit dané informace, například využitím tabulky, do které zaznamenáme to, co platí, tečkou a to, co neplatí, křížkem. Další metodou je grafické znázornění, při němž načrtneme trojúhelník (případně čtyřúhelník či pětiúhelník) a na každou jeho stranu zaznamenáme prvky jedné z množin. Pak plnou čarou spojujeme prvky, které k sobě patří, a přerušovanou čarou prvky, které k sobě nepatří. Vycházíme z toho, že každý pr-

vek má být spojen s právě jedním prvkem z každé další množiny. Získáme tak prvky, které v daných navzájem disjunktích množinách nejsou spojeny s žádným prvkem. Ty již můžeme na základě správného usuzování navzájem propojit. Název těchto úloh se odvíjí od první úlohy tohoto typu, která byla o zebře.

**Úloha 11.** Každý ze tří kamarádů (Petr, Karel, Jan) o letních prázdninách odjel na dovolenou do jednoho ze států Slovensko, Chorvatsko či Francie a dopravil se tam právě jedním z těchto dopravních prostředků: auto, autobus, vlak. Každý jel někam jinam a jiným dopravním prostředkem. Pomocí následujících indicií určete, kam jel Jan a jak se tam dopravil.

- Karel jel do Francie a nejel autem.
- Petr byl v Chorvatsku na jaře, a proto jel v létě jinam.
- Ten, kdo jel na Slovensko, jel vlakem.

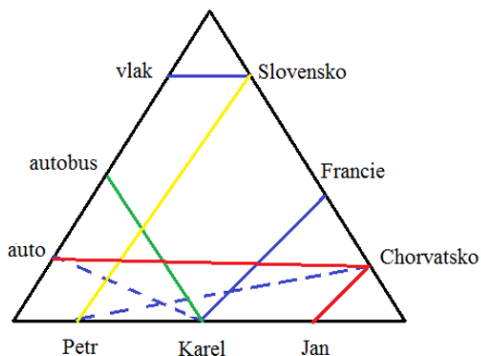
*Komentář:* Jedná se o jednodušší zebrou, kterou lze vyřešit pomocí přehledného zápisu a správného úsudku. Doporučujeme žáky seznámit i s grafickým řešením pomocí n-úhelníků, které mohou v budoucnu využít při řešení složitějších zebek. Řešení spočívá v tom, že si načrtne trojúhelník a na každou jeho stranu vypíšeme prvky jedné množiny – na jednu stranu jména, na druhou státy a na třetí dopravní prostředky. Následně do trojúhelníku



Obr. 6

graficky zaznamenáme informace ze zadání. To, co k sobě patří, spojíme plnou čarou a to, co k sobě nepatří, spojíme čárkovanou čarou (obr. 6).

Nyní z obrázku vidíme, že jediný stát, kam může Petr jet, je Slovensko, tudíž Jan musí jet do Chorvatska. Dále vidíme, že Karel může jet pouze autobusem, tudíž na Jana zbylo auto. Nové informace opět postupně zaznamenáváme do trojúhelníku do doby, než jsme schopni odpovědět na zadanou otázku (obr. 6).



Obr. 7

K nesprávnému řešení může žáky zavést druhá indicie, po jejímž nedůsledném přečtení mohou žáci snadno chybně usoudit, že Petr byl v létě v Chorvatsku.

*Řešení:* Jan jel do Chorvatska autem.

**Úloha 12.** Tři známí (pan Hajný, pan Kuchař a pan Zahradník) sedí spolu v kavárně, povídají si a najednou jeden povídá: „*To je legrace, my máme stejná zaměstnání, jako jsou naše jména, ale nikomu se jméno a zaměstnání nekryje!*“ Na to odpoví hajný: „*To máte pravdu, pane Zahradníku!*“ Jaké zaměstnání měl pan Kuchař? *(Inspirováno Loukota, 1998)*

*Komentář:* Úlohu lze řešit pomocí tabulky 4, ve které do prvního řádku vepíšeme jména známých (pan Hajný, pan Kuchař a pan Zahradník) a do prvního sloupečku jejich povolání (hajný, kuchař a zahradník). V dalším kroku označíme křížkem dvojice, které se

vyklučují (Hajný – hajný, Kuchař – kuchař, Zahradník – zahradník). To samo o sobě k vyřešení úlohy nestačí. Z odpovědi hajného je ale zřejmé, že pan Zahradník není hajný. Tuto dvojici také v tabulce označíme křížkem.

Tab. 4

	pan Hajný	pan Kuchař	pan Zahradník
hajný	×		×
kuchař		×	
zahradník			×

Ve vyplněné tabulce 4 je ihned vidět, že pan Zahradník je kuchař, protože v jeho sloupci zbyla jen jedna možnost. Tu vyznačíme puntíkem jako správnou a v příslušném řádku vyškrtáme zbylé možnosti. Stejným způsobem zjistíme, že pan Hajný je zahradník a pan Kuchař je hajný (tab. 5).

Tab. 5

	pan Hajný	pan Kuchař	pan Zahradník
hajný	×	●	×
kuchař	×	×	●
zahradník	●	×	×

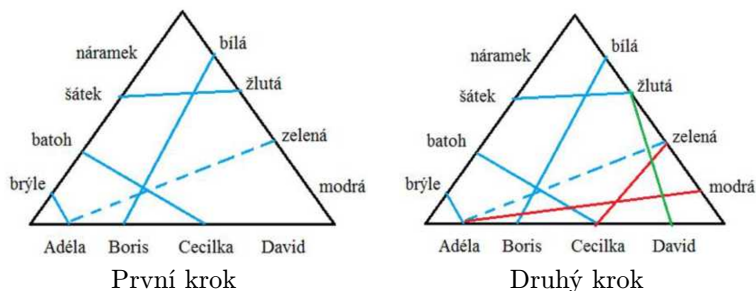
**Úloha 13.** Na Karlovu oslavu přišli čtyři hosté: Adéla, Boris, Cecilka a David. Každý z nich měl právě jeden z následujících doplňků: sluneční brýle, šátek, batůžek, náramek, v jedné z barev bílá, žlutá, zelená, modrá. Dále víme, že:

- Adéla měla sluneční brýle.
- Bílou barvu zvolil Boris.
- Šátek byl žlutý.
- Adéla neměla doplněk zelené barvy.
- Cecilka měla batůžek.

Jaký doplněk měl David a jakou měl barvu?

*Komentář:* Jedná se o složitější zebru, jejíž řešení vyžaduje systematický zápis daných indicií. Doporučujeme ji řešit pomocí obrázku 8 s využitím stejných principů jako v úloze 11. Prvním kro-

kem je spojit plnou čarou ty prvky, které k sobě patří a čárkovanou čarou prvky, které k sobě nepatří. Ve druhém kroku propojíme zbývající dvojice.



Obr. 8

Na obrázku 8 vlevo je vidět, že Adéla může mít jedině modrý doplněk, a tudíž Cecilka zelený. Na Davida zbyde zelený šátek. Jedná se o velmi rychlý a snadný způsob řešení, proto je vhodné s ním žáky seznámit. Pokud je vstupujících množin objektů více než tři, lze pro řešení tohoto typu úloh obdobně využít i jiné mnohoúhelníky (čtverce, pětiúhelníky atp.).

## Závěr

V článku jsme představili první ze čtyř kategorií námi vytvořené sbírky úloh, kterou jsme reprezentovali 13 ukázkovými úlohami. Úlohy jsou doplněny o komentář s vybranou metodou řešení. Je zřejmé, že metoda sama o sobě k rozvíjení logického myšlení nestačí. Žáci musí být schopni vyčíst z použitého modelu výsledek, verbalizovat jej a popsat kroky, které k němu vedou. Podobným způsobem plánujeme zveřejnit i ukázkové úlohy dalších tří kategorií.

## Literatura

- [1] Artino, A. (2008). Cognitive load theory and the role of learner experience: An abbreviated review for educational practitioners. *AAACEJournal*, 16(4), 425–439.

- [2] Břízová, L. (2019). Logické úlohy nejen v matematice. In J. Zhouf (Ed.), *Ani jeden matematický talent nazmar: sborník příspěvků 9. ročníku konference učitelů matematiky a přírodních oborů na základních, středních a vysokých školách* (s. 10–27). Univerzita Hradec Králové.
- [3] Campbell, G., & Morgan, P. (2010). *365 hlavolamů*. Slovart.
- [4] Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. Cambridge University Press.
- [5] Case, R. (1978). Intellectual development from birth to adulthood: A Neo-Piagetian interpretation. In R. Siegler (Ed.), *Children's thinking. What develops?* (pp. 37–73). Psychology Press. <https://doi.org/10.4324/9780203763087>
- [6] Eisenmann, P., Novotná, J., Příbyl, J., & Břehovský, J. (2015). The development of a culture of problem solving with secondary students through heuristic strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 27(4), 535–562.
- [7] Hejný, M., & Kuřina, F. (2009). *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Portál.
- [8] Hemme, H. (2019). *Heuréka – Matematické hádanky s překvapivým řešením*. Portál.
- [9] Kopka, J. (1999). *Hrozny problémů ve školské matematice*. UJEP.
- [10] Loukota, J. (1998). *Veselá matematika aneb kouzla, hříčky, hádanky, rébusy, lamohlavy*. Votobia.
- [11] UPOL (2017). *Matematický klokan 2017*.
- [12] UPOL (2022). *Matematický klokan 2022*.
- [13] Molnár, J. (2008). *Konstruktivismus ve vyučování matematice*. UPOL.
- [14] Molnár, J. (1997). *Zajímavá matematika (nejen) pro páťáky: 5. ročník*. Prodos.

- [15] O'ljajevna, O. F., & Shavkatovna, S. R. (2020). The development of logical thinking of primary school students in mathematics. *European Journal of Research and Reflection in Educational Sciences*, 8(2), 235–239.
- [16] Piaget, J. (1928). *Judgement and reasoning in the child*. Routledge & Kegan Paul.
- [17] Polák, J. (2014). *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Fraus.
- [18] Polák, J. (2016). *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně. II. část, Obecná didaktika matematiky*. Fraus.
- [19] Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.
- [20] Příhonská, J., & Břehovský, J. (2017). Rozvíjení kombinatorického myšlení na prvním stupni základní školy. *Učitel matematiky*, 25(4), 215–231.
- [21] Purnami, S., Widodo, S., & Prahmana R. (2018). The effect of team accelerated instruction on students' Mathematics achievement and learning motivation. *Journal of Physics: Conference Series*, 948(1), 1–5.
- [22] Rice, S. (2015). *Logical reasoning across the Primary curriculum*. SWGf. Barefoot Project. <https://swgfl.org.uk/magazine/logical-reasoning-across-the-primary-curriculum/>
- [23] Rougier, R. (2017). *Trénujeme logické myšlení*. Portál.
- [24] Smullyan, R. M. (2015). *Jak se jmenuje tahle knížka?* Portál.
- [25] Vygotskij, L. S. (2017). *Psychologie myšlení a řeči*. Portál.
- [26] Widodo, S., Purnami, S., & Prahmana, R. (2017). Team accelerated instruction, initials, and problem-solves ability in junior high school. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 1(2), 193–204.
- [27] Český svaz hádankářů a křížovkářů. *Klasifikace*. <https://www.cshak.cz/klasifikace-0>.

## Abstract

The article is divided into two parts. First, we introduce the fundamental theoretical foundations that served as the basis for creating a classification of the compiled collection of tasks with the potential to develop logical thinking. In the second part, we focus on the first of the four categories – word problems – and present thirteen sample tasks. For each task, we provide a brief commentary with a solution and a description of the selected solving method.

*Jiří Břehovský*

*Katedra matematiky a didaktiky matematiky*

*Technická univerzita v Liberci*

*Studentská 1402/2*

*461 17 Liberec 1*

*e-mail: jiri.brehovsky@tul.cz*

*Jana Čerychová*

*Základní škola Sobotka*

*Jičínská 136*

*507 43 Sobotka*