

Rozhledy matematicko-fyzikální

Hrátky s dělitelností

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 100 (2025), No. 3, 42–42

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/153098>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2025

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ*:
The Czech Digital Mathematics Library <http://dml.cz>

Hrátky s dělitelností

Pojďme si opět pohrát s dělitelností. Nejprve zformulujme úlohu pro naši běžnou desítkovou soustavu.

Úloha

Ukažte, že mezi libovolnými 39 po sobě jdoucími přirozenými čísly je alespoň jedno, jehož součet číslic je dělitelný 11.

Příklad 1

Číslo 39 je minimální, protože například mezi 38 čísly 999 981 až 1 000 018 není žádné, jehož součet číslic by byl dělitelný 11. Čtenář si jistě toto tvrzení sám zkontroluje. Ovšem číslo 999 980 má součet číslic roven 44 a číslo 1 000 019 má součet číslic 11, což už jsou čísla dělitelná 11.

Nyní zadejme ještě úlohu v obecnější podobě, pro libovolný přirozený základ $z > 1$.

Úloha

Jaké je minimální číslo M_z , pro které mezi každými M_z po sobě jdoucími přirozenými čísly existuje alespoň jedno číslo, jehož součet číslic v zápisu o základu z je dělitelný $z + 1$?

Příklad 2

Pro základ 13 bude jistě $M_{13} > 37$, protože například mezi 37 čísly 815 730 709 až 815 730 745 není žádné, jehož součet číslic v soustavě o základu 13 by byl dělitelný 14. Například $815\,730\,709 = 12 \cdot 13^7 + 12 \cdot 13^6 + 12 \cdot 13^5 + 12 \cdot 13^4 + 12 \cdot 13^3 + 12 \cdot 13^2 + 12 \cdot 13 + 1$, tedy součet číslic 815 730 709 v soustavě o základu 13 je $7 \cdot 12 + 1 = 85$, $815\,730\,745 = 1 \cdot 13^8 + 1 \cdot 13 + 11$, tedy součet číslic 815 730 745 v soustavě o základu 13 je $1 + 1 + 11 = 13$. Kontrolu tvrzení pro ostatní čísla mezi 815 730 710 až 815 730 744 ponecháme čtenáři.

Úloha z minulého čísla zněla:

Zvolme náhodně číslo x z intervalu $(0, 1)$. Jaká je pravděpodobnost, že dolní celá část čísla $1/x$, tj. $\lfloor 1/x \rfloor$, je liché číslo?

Odpověď zní: přibližně 0,693. Proč tomu tak je, se dozvíte v článku Mikuláše Kučery *Eulerova–Mascheroniho konstanta a zaokrouhlování převrácených hodnot* na začátku tohoto čísla.