

# Základy teorie matic

---

## Cvičení 1

In: Otakar Borůvka (author): Základy teorie matic. (Czech). Praha: Academia, 1971. pp. 41--42.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401334>

### Terms of use:

© Akademie věd ČR

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

## CVIČENÍ 1

1. Určete  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{B} - \mathbf{A}$ , kde  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$ .
2. Určete  $2\mathbf{B} - 3\mathbf{A}$ , kde  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ , jsou matice z cvičení 1.
3. Určete součiny:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{bmatrix}, \\ \text{c) } & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

4. Vypočtěte mocniny matic:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}^2, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -3 & 5 & -1 \end{bmatrix}^2, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}^3, \quad \text{d) } \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^n.$$

5. Stopou čtvercové matice  $\mathbf{A}$  rozumíme součet prvků v její hlavní diagonále, tj.  $a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$ . Dokažte, že matice  $\mathbf{AB}$ ,  $\mathbf{BA}$  mají stejné stopy.
6. Použitím výsledku cvičení 5 dokažte, že nikdy nemůže platit  $\mathbf{AB} - \dots - \mathbf{BA} = \mathbf{E}$ .
7. Určete všechny matice zaměnitelné s maticí  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ .
8. Určete matici  $\mathbf{X}$ , která vyhovuje rovnici

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \mathbf{X} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}.$$

9. Určete reciprokou matici k dané matici

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

10. Určete matice  $\mathbf{AB}^{-1}$ ,  $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$ , je-li

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Výsledky

$$1. \quad \mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 7 & 9 & 11 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} - \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

$$2. \quad \begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}.$$

$$3. \quad \text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 11 & -22 & 29 \\ 9 & -27 & 32 \\ 13 & -17 & 26 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 9 & 15 \\ -5 & 5 & 9 \\ 12 & 26 & 32 \end{bmatrix}.$$

$$4. \quad \text{a) } \begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 9 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 18 & -9 & 0 \\ -9 & 27 & -18 \\ 9 & -18 & 27 \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 15 & 20 \\ 20 & 35 \end{bmatrix}, \quad \text{d) } \begin{bmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

6. Levá strana má stopu rovnou  $s = 0$ , kdežto pravá strana  $s = n$ .

$$7. \quad \begin{bmatrix} a & 2b \\ 3b & a + 3b \end{bmatrix}.$$

$$8. \quad \text{a) } \begin{bmatrix} 2 & -23 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & -2 \\ -5 & 3 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$9. \quad \text{a) } \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{bmatrix}, \quad \text{b) } \begin{bmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{bmatrix}, \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{bmatrix}.$$

$$10. \quad \mathbf{AB}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -6 & 11 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 8 & -9 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}.$$