

Základy teorie matic

Cvičení 3

In: Otakar Borůvka (author): Základy teorie matic. (Czech). Praha: Academia, 1971.
pp. 173--174.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/401354>

Terms of use:

© Akademie věd ČR

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

CVIČENÍ 3

23. Napište Weierstrassův tvar matic

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{bmatrix}.$$

24. Určete kanonický tvar \mathbf{W} idempotentní matice \mathbf{A} (tj. matice, pro kterou platí $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$).
25. Dokažte, že involuční matice \mathbf{A} (tj. matice, pro niž je $\mathbf{A}^2 = \mathbf{E}$) je podobná diagonální matici, a určete tvar této diagonální matice. (Diagonální matice má všechny prvky, neležící v hlavní diagonále, rovny nule.)
26. Dokažte, že periodická matice \mathbf{A} (tj. matice, pro niž $\mathbf{A}^k = \mathbf{E}$ pro vhodné přirozené číslo k) je podobná diagonální matici, a určete tvar této diagonální matice.

27. Ukažte, že matice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 10 & -3 & -2 \\ -1 & 1/2 & 4 \end{bmatrix}$ je podobná diagonální matici

\mathbf{D} (s nenulovými prvky $d_{11} = 2$, $d_{22} = -3$, $d_{33} = 4$), a určete příslušnou matici \mathbf{Q} , pro niž platí $\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{Q} = \mathbf{D}$.

28. Zjistěte, zda matice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 10 & -4 & 5 \\ 5 & -4 & 6 \end{bmatrix}$ se dá převést transformací podobnosti na diagonální tvar.

29. Dokažte, že matice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{bmatrix}$ je podobná diagonální matici

\mathbf{D} ; určete matici \mathbf{D} a příslušnou matici transformace.

30. Ukažte, že matici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ nelze převést transformací podobnosti na diagonální tvar.

31. Určete elementární dělitele matice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & -5 & 4 \\ 8 & -4 & 3 & -4 \\ 15 & -10 & 11 & -11 \end{bmatrix}$.

32. Určete, které z matic jsou podobné

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

33. Určete Segreovu charakteristiku matice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & -5 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & -7 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -9 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
a její elementární dělitele.

Výsledky

23. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

24. Diagonální matice s prvky $d_{jj} = 0$ nebo 1.

25. Diagonální matice s prvky $d_{jj} = \pm 1$.

26. Je-li p nejmenší z čísel k , pro která je $\mathbf{A}^k = \mathbf{E}$, pak diagonální matice má prvky d_{jj} rovny některým z p hodnot odmocniny $\sqrt[p]{1}$.

27. $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -68 & 2 \\ 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}^{-1} = \frac{1}{140} \begin{bmatrix} 126 & 7 & 70 \\ 4 & -2 & 0 \\ 10 & -5 & -70 \end{bmatrix}$.

28. Nedá.

29. $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 6 \end{bmatrix}$

31. $(\lambda + 1)^3, \lambda + 1$.

32. \mathbf{A}, \mathbf{B} podobné; \mathbf{C} není podobná žádné z nich.

33. $[(2,1), 2, 1]; \lambda^2, (\lambda - 2)^2, \lambda - 2, \lambda - 1$.