

# Základy neeukleidovské geometrie Lobačevského

---

## Úvod

In: Jan Baptista Pavlíček (author); Eduard Čech (other): Základy neeukleidovské geometrie Lobačevského. (Czech). Praha: Přírodovědecké nakladatelství, 1953. pp. 142–146.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402758>

### Terms of use:

© Přírodovědecké nakladatelství

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

# ČÁST II

## HISTORICKÝ VÝVOJ

---

### ÚVOD

**19. Objevitelé neeukleidovské geometrie a jejich předchůdci.** První prací o neeukleidovské geometrii publikovanou tiskem byla jednak Lobačevského kniha *O načalach geometrii*, vydaná v Kazani r. 1829, jednak spis Jana Bolyaie *Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens*, který vyšel (1832 v Maros-Vásárhély) jako dodatek ke knize Bolyaiova otce, věnované základům matematiky. Ačkoliv oba tyto spisy jdou ve výkladu nové geometrie dosti daleko a dostatečným způsobem mohly prokázat vážnost a důležitost nového objevu, přesto zůstaly dlouhou dobu bez povšimnutí. Zatím co J. Bolyai nepublikoval již jiné spisy, snažil se Lobačevskij ve svých dalších pracích, vydaných jak v Rusku, tak i v západní Evropě, upoutat na nový objev pozornost, avšak marně.

Tento osud neeukleidovské geometrie lze konec konců částečně vysvětlit tím, že velkou překážkou, která zde stála v cestě, bylo přesvědčení o jedinečnosti geometrie eukleidovské a o její naprosté shodě se skutečností; přesvědčení, podporované tou dobou všeobecně uznávaným kantovským falešným pojetím, že prostor je vrozená nazírací forma, která je nám jednou provždy dána nezávisle na jakékoli zkušenosti a o které nemá smysl bádát, proč je právě taková, jaká je. Vedle toho zůstaly oba spisy nepovšimnuty jistě i proto, že jména obou autorů byla matematickému světu úplně neznámá.

Situace se změnila, když několik let po smrti velikého matematika C.-F. Gausse vyšel r. 1860 druhý svazek jeho korespondence. V něm byly uveřejněny dopisy, ve kterých Gauss vysoko cenil práce Lobačevského a Bolyaie a ze kterých bylo vidět, že i Gauss sám dospěl k podobným výsledkům jako oni. Neeukleidovská geometrie se hned stala předmětem velkého zájmu. R. 1866 vychází francouzský překlad Lobačevského spisu *Geometrische Untersuchungen* a o rok později překlad Bolyaiova *Appendixu*, oba dva od francouzského matematika J. Houëla.

Krátce nato vycházejí také překlady do italštiny a angličtiny. Současně se objevují v italských a francouzských matematických žurnálech historicko-kritické články o Lobačevském a Bolyaiovi i první samostatné stati o neeukleidovské geometrii. Mezi nejznámější jejich autory patří J. Houël, G. Battaglini, E. Beltrami.

Významný krok vpřed učinil 1868 Beltrami, když ukázal, že v eukleidovském prostoru existuje plocha, t. zv. pseudosféra, která se se svými geodetickými čarami chová podobně jako rovina Lobačevského. O tento výsledek se opřel Helmholtz, který ještě téhož roku 1868 publikoval práci *Über die Tatsachen, die der Geometrie zu Grunde liegen*, ve které navazoval také na významnou Riemannovu stat *Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen* (1854) a ve které uvedl problém rovnoběžek do širší souvislosti s obecnými prostory, jaké studuje diferenciální geometrie.

Nebudeme nyní dále lícit vítězný postup neeukleidovské geometrie a její další rozvoj. Již dříve jsme řekli, že její plné uznání porazilo mylné názory o jedinečnosti geometrie eukleidovské i mylné Kantovo učení o apriornosti našeho prostorového nazírání, takže její vítězství přesáhlo rámeček samotné matematiky.

Uznání neeukleidovské geometrie ukázalo dále v pravém světle geniálnost obou jejích tvůrců Lobačevského a Bolyaie a vydobylo jim slávu objevitelů nového, do té doby úplně neznámého myšlenkového světa. Proto bylo velkým překvapením, když r. 1889 Beltrami zjistil, že již r. 1733 Ital Girolamo Saccheri došel při pokusu dokázat V. Eukleidův postulát k některým větám, které byly připisovány Lobačevskému a Bolyaiovi. Vedle toho se zakrátko ukázalo, že Saccheri není zjev ojedinělý: r. 1893 objevil P. Stäckel v málo známém časopise *Magazin für die reine und angewandte Mathematik*, čítajícím všeho všady jen tři ročníky, práci J. H. Lamberta o rovnoběžkách (napsanou r. 1766), při jejímž bližším rozboru zjistil, že Lambert je vlastně dalším dotud neznámým předchůdcem Lobačevského a Bolyaie.

Povzbuzen tímto objevem začal Stäckel podrobněji studovat vývoj theorie rovnoběžek od dob Eukleidových. Seznal, že údobí od Eukleida až do Lobačevského představuje v tomto ohledu rušný vývojový proces, dotud takřka neznámý. Jestliže na jeho počátku matematikové při svých pokusech dokázat V. postulát odhalovali jen tvrzení, ekvi-

valentní s tímto postulátem, pak ke konci dochází řada matematiků k závěrům, jež přesahují již hranice eukleidovské geometrie. Tyto závěry byly u nich však jen izolovanými větami a k tomu, aby bylo možno mezi nimi odhalit hlubší souvislost, jich bylo příliš málo. Matematikové, kteří k takovým větám došli, si proto neuvědomili jejich dosah a zůstávali čele v zajetí eukleidovské geometrie, o níž byli přesvědčeni, že je jedinou možnou geometrií, a ani v nejmenším jim nepřipadla na mysl možnost, že by mohla existovat také ještě geometrie jiná (jakousi výjimkou v tomto ohledu byl, zdá se, pouze J. H. Lambert, viz odst. 22). Tito matematikové byli zároveň přesvědčeni, že se V. Eukleidův postulát dokázat dá, a každý z nich se domníval, že důkaz tohoto postulátu skutečně podal. Z toho, co jsme řekli, vyplývá, že žádný z těchto matematiků nemůže být označen jako objevitel neeukleidovské geometrie, ačkoliv při pokusu sporem dokázat V. postulát někteří z nich docházejí k větám, které dnes počítáme do neeukleidovské geometrie. Všechny tyto okolnosti vedly P. Stäckela k tomu, že nazval období před Lobačevským *předhistorií neeukleidovské geometrie*.

Jestliže podrobné studium historického vývoje neeukleidovské geometrie ukázalo na jedné straně, že k jejímu objevu nedošlo přes noc, nýbrž že tento objev byl připravován dlouhým obdobím tápání a někdy, možno říci, i namáhavým bojem, pak na druhé straně vyjasnilo i otázku, komu patří zásluha za tento objev. V tom nebyli totiž matematikové zajedno. Někteří z nich ji připisovali Lobačevskému a J. Bolyaiovi, jiní ji připisovali C. F. Gaussovi a někteří dokonce tvrdili, že Gauss svým objevem ovlivnil jak Lobačevského, tak Bolyaie, takže tito dva nemohou být považováni za samostatné objevitele nové geometrie. Avšak již sám P. Stäckel dokázal neopodstatněnost podobných tvrzení. Ukázalo se naopak, že velká sláva, která provázela Gause jakožto velmi významného matematika, zavinila, že byl za neeukleidovskou geometrii chválen víc, než ve skutečnosti zasluhoval. Ukázalo se také, že došel sice k nové geometrii dřív než ostatní, avšak neunesl celou tíhu zodpovědnosti, která tím na něm jako na velkém vědci spočinula, a tak koruna za vítězství v boji o pokrok vědy patří těm, kteří došli k nové geometrii sice později než on, avšak publikací svých prací se rozhodli vydobýt nové geometrii to místo, které jí náleží.

Lobačevskij i Bolyai se odhodlali k zápasu o uznání neeukleidovské

geometrie bez ohledu na to, že to bylo v době ovládané takovými před-  
sudky, že hájit tuto novou vědeckou pravdu znamenalo, jak se Gauss  
sám vyjádřil, *píchat do vosího hnízda a vydávat se nebezpečí, že začnou  
nebezpečně dorážet kolem hlavy*. Naproti tomu Gauss se zařekl vůbec  
něco ze svých myšlenek publikovat, protože se, jak sám napsal,  
bál křiku Boiotů,<sup>25)</sup> který by se zdvihl, kdyby vyslovil naplno svoje  
názory. Nepublikoval nic, ačkoliv byl o to nejednou žádán přáteli.  
Neučinil tak přesto, že se těšil nesmírné autoritě, která se projevila  
také v tom, jak jsme před chvílí viděli, že teprve několik poznámek  
v jeho dopisech přinutilo matematiky číst Lobačevského i Bolyaiovy  
práce.

Gauss se neodhodlal ani k tomu, aby povzbudil oba objevitele nové  
geometrie nebo jim vyslovil svoje uznání. Ani na výslovnou žádost  
Bolyaiova otce, který byl Gaussovým přítelem z mládí, nedovedl  
göttingenský „princeps mathematicorum“ napsat povzbuzující slovo  
tak nadanému člověku, jako byl Jan Bolyai, který ve věku 23 let se  
dopracoval k začátkům neeukleidovské geometrie. Jan Bolyai, které-  
mu se přes skvělé nadání nedostalo matematického vzdělání na univer-  
sitě, žil po svém objevu v ústraní, zlomen jednak tím, že Gauss, ke kte-  
rému vzhlížel s velkou úctou, se zachoval k jeho práci a vůbec k objevu  
nové geometrie tak chladně, jednak tím, že viděl, že priorita objevu  
nové geometrie nepatří jen jemu.

Lobačevskij vedl svůj boj o neeukleidovskou geometrii úplně osamo-  
cen. Za celý svůj život se nedozvěděl, zda vůbec někdo čte s porozumě-  
ním jeho práce, neměl s kým si o nich pohovořit a také se nikdy nedo-  
zvěděl, že jiní docházejí k podobným výsledkům jako on. Přesto však  
na svém objevu stále pracoval. Když viděl, že jeho spisům není v Rusku  
věnována pozornost, publikoval svoje práce francouzsky v Crellově  
žurnálu a později vydal v Berlíně německy psaný spis *Geometrische  
Untersuchungen*. Při tom se stále snažil o přístupnější a lepší výklad,  
aby novému objevu byla věnována ta pozornost, kterou zasluhoval.

U Lobačevského je nutno zejména ocenit nebojácnost, s kterou šel  
za svým cílem, i když se mu stavěly v cestu překážky. Ačkoliv byl

---

<sup>25)</sup> *Boiotové*, jeden ze starořeckých kmenů, byli od svých kulturně vyspělejších  
sousedů attických považováni za nevzdělané. Proto boiotský znamená totéž  
jako hrubý a ignorantický.

v Kazani všeobecně váženým člověkem, protože jako dlouholetý rektor se velice zasloužil o kazaňskou universitu, které zasvětil celý svůj život, přesto byly v regionálním časopise uveřejněny jako „recense“ jeho prací o nové geometrii posměšné články, namířené proti němu s neslýchaným cynismem. Ani ve vědeckém světě se nesetkal s porozuměním: na půdě petrohradské Akademie vystoupil proti jeho pracím matematik Ostrogradskij <sup>26)</sup>, který se nedovedl přenést přes rozdíly a rozpory mezi starou a novou geometrií.

Podrobnějšímu vylíčení Lobačevského i Bolyaiovy a Gaussovy objevitelské práce, jakož i rozboru výsledků matematiků „předhistorického“ období v oboru theorie rovnoběžek budou věnovány následující odstavce.

---

<sup>26)</sup> M. V. Ostrogradskij (1801 – 1861) byl významný ruský matematik, který se zabýval různými partiemi matematické analýsy a jejími aplikacemi. Jeho jménem je nazvána formule integrálního počtu, převádějící objemový integrál na integrál plošný. Tato formule někdy také nese jméno Gaussovo nebo Greenovo (podle anglického matematika G. Greena, 1793 – 1841).