Imaginární elementy v geometrii

8. Elementy prostorové geometrie polohy

In: Ladislav Seifert (author): Imaginární elementy v geometrii. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fysiků, 1941. pp. 48–49.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/402984

Podobná úloha je sestrojení ohnisek kuželosečky na př. elipsy. Imaginární body jsou zde kruhové body v nekonečnu. Nevlastní přímka a osy kuželosečky tvoří polární trojúhelník. Přidružené přímky m', m'' jsou k sobě kolmé, poněvadž oddělují harmonicky body kruhové.

8. Elementy prostorové geometrie polohy.

Prvky geometrie v prostoru jsou bod, rovina a přímka. V prostoru stojí duálně proti sobě bod a rovina; přímka je duální opět přímce — jeví se jako spojnice dvou bodů a jako průsečnice dvou rovin. Ke každé polohové větě v prostoru (kde jde o promítání a protínání) patří věta duální, kterou dostaneme, zaměníme-li výrazy bod, přímka, rovina, spojnice, průsečnice za výrazy duální rovina, přímka, bod, průsečnice, spojnice. Jako příklad uvedeme vedle sebe duální věty:

Dva body určují přímku; jest to jejich spojnice.	Dvě roviny určují přímku; jest to jejich průsečnice.
Přímka a rovina mají obecně společný bod.	Přímka a bod určují obecně rovinu.
Tři roviny mají obecně společný jediný bod.	Tři body určují obecně jedinou rovinu.

Množství bodů na přímce sluje opět řada bodová, duální útvar je množství rovin, které jdou touž přímkou a sluje svazek rovin. Přímka je osa svazku.

Souhrn rovin s osou s a rovinami $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots$ je protľat přímkou p mimoběžnou s osou v řadě $A, B, C, D, \ldots$, kde bod A leží v rovině α, B v β atd.; řada p je perspektivní se svazkem rovin. Rovina ϱ, která nejde osou s, seče svazek rovin ve svazku paprsků $a, b, c, d, \ldots$ s vrcholem R na s, jenž sluje perspektivní se svazkem rovin. Je-li σ jiná rovina, dává opět svazek s vrcholem S na s a oba svazky v rovinách ϱ, σ jsou perspektivní; průsečnice (ϱ, σ) je osa perspektivnosti.

Čtyři roviny svazku (s) tvoří dvojpoměr $(\alpha\beta\gamma\delta) =$

$= \dfrac{\sin \widehat{\alpha\gamma}}{\sin \widehat{\beta\gamma}} : \dfrac{\sin \widehat{\alpha\delta}}{\sin \widehat{\beta\delta}}$, který se rovná dvojpoměru čtyř paprsků $(abcd)$ kteréhokoli perspektivního svazku nebo dvojpoměru čtyř bodů $(ABCD)$ kterékoli perspektivní řady. Je-li speciálně $(\alpha\beta\gamma\delta) = -1$, říkáme, že roviny tvoří harmonickou čtveřinu.

Tvoří-li roviny $\alpha'\alpha'', \beta'\beta'', \gamma'\gamma'', \ldots$ involuci, je na každé perspektivní řadě vyťata involuce bodová a na každé rovině perspektivní involuce paprsková.

9. Některé věty o imaginárních elementech v prostoru.

Volme v prostoru pravoúhlou soustavu souřadnic. Počátek označme O a tři k sobě kolmé osy x, y, z ať jsou orientovány. Bodu patří tři souřadnice a obráceně trojině čísel v předepsaném pořádku přiřadíme bod v prostoru. Jsou-li všechny reálné, jest bod reálný, je-li aspoň jedna imaginární, jest bod imaginární.

Rovina je dána rovnicí

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

nebo

$$ux + vy + wz + 1 = 0.$$

Jsou-li všechny koeficienty reálné, je rovina reálná, není-li aspoň jeden reálný, je rovina imaginární.

A. Přímky a roviny jdoucí pevným bodem v prostoru tvoří prostorový svazek čili trs; pevný bod je jeho střed. Průsek trsu s rovinou, jež nejde středem, je perspektivní pole rovinné. Spojíme-li bod nebo přímku rovinného pole se středem trsu, dostaneme přímku, neb rovinu trsu. Je-li střed $S\,(a; b; c)$, má rovina trsu rovnici

$$A\,(x - a) + B\,(y - b) + C\,(z - c) = 0;$$

poměry $\dfrac{A}{C}, \dfrac{B}{C}$ mohou nabýti libovolných hodnot reálných neb imaginárních.