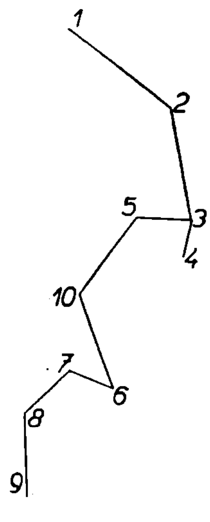
a) Počneme úlohou, jejíž řešení dosud nebylo podáno. Poštovní posel prochází denně *n* vesnicemi, jest nalézti nejkratší jeho cestu mezi vesnicemi, při čemž smí projíti každou jen jedenkráte.

Jak jest úloha nesnadná, vidno z této poznámky: Snadno stanovíme nejkratší cestu, jsou-li dány tři vesnice (body) *A*, *B*, *C* tvořící trojúhelník. Nechť posel vyjde z bodu *A* přes bod *B* do *C*; avšak jeho nejkratší cesta zpět vede přímo z *C* do *A*.

b) V rovině jest dáno *n* bodů, jichž vzdálenosti jsou mezi sebou vesměs různé. Jest je spojiti sítí tak, aby každé dva body byly spojeny buď přímo nebo prostřednictvím jiných a aby celková délka sítě byla co nejmenší. Tato úloha má svůj praktický význam při budování sítí elektrovodných. (Viz *Ot. Borůvka:* O jistém problému minimálním, Práce Moravské přírodovědecké společnosti, svazek III, spis 3.; Příspěvek k řešení otázky ekonomické stavby elektrovodných sítí, Elektrotechnický obzor, roč. XV., 1926). Předpis, jenž vede k řešení, jest:

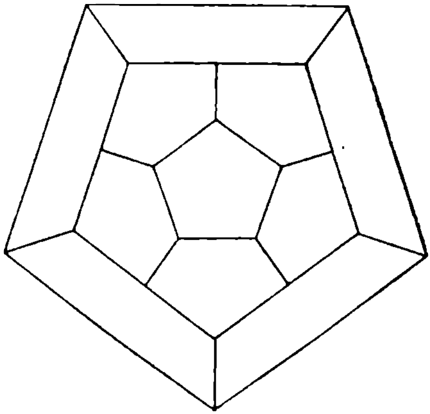
1. Každý bod se spojí s nejbližším.

2. Tak povstane řada tahů a každý z tahů se zase spojí s nejbližším. Na př. v obr. 61 jde o spojení desíti bodů; spojíme *1* s *2*, *2* s *3*, *3* s *4*, *5* s *3*, vytvoříme tah *6*, *7*, *8*, *9*, *10* spojíme s *6*, a *10* s *5*.



Obr. 61.

c) Známou hrou na síti vytvořené třemi čtverci a spojujícími úsečkami jest malý a velký mlýnek; nejslavnější hrou tohoto druhu jest pak hra na dvanáctistěnu. Pravidelný dvanáctistěn má 12 stěn (pravidelných pětiúhelníků), 20 vrcholů a třicet hran (dle věty *Eulerovy* skutečně jest $s + v = h + 2$). Úkol pak zní: Jest souvislým tahem projíti všemi vrcholy dvanáctistěnu, každým jednou a každou spojující hranou lze jíti nejvýše jedenkráte, t. j. buď jednou nebo jí vůbec nepoužíti. Dvanáctistěn lze nahraditi obrazcem



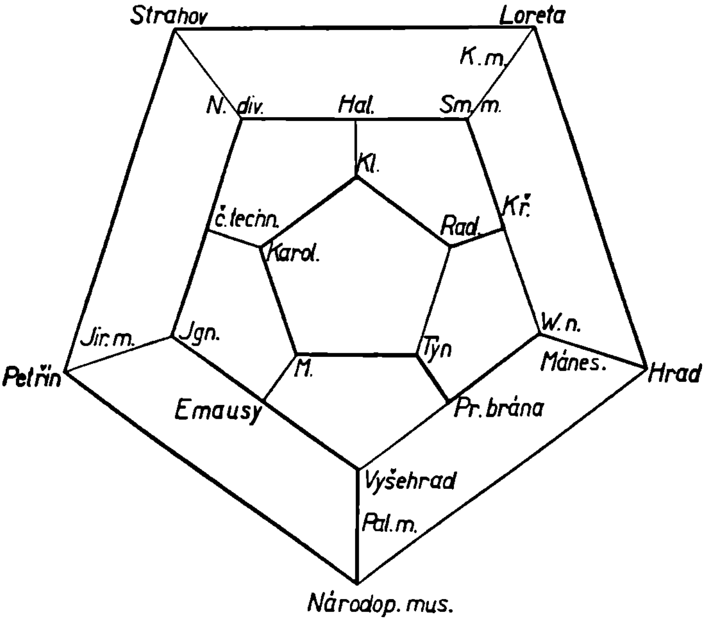
Obr. 62a.

v rovině (viz obr. 62a, b), neboť nám nezáleží na vzájemné velikosti jednotlivých útvarů, nýbrž jen na vzájemné poloze.

Naší úloze dáme domácnější roucho. Návštěvník přijel do Prahy na Wilsonovo nádraží; chce navštíviti Hrad a Petřín, chce viděti Českou techniku, Národní divadlo, Staroměstskou radnici, Klementinum, Karolinum a Prašnou bránu, z chrámů pak Loretu, Strahov, Vyšehrad, Emausy, Křižovníky, sv. Ignáce na Karlově náměstí, sv. Martina ve zdi a Týn; z menších museí chce shlédnouti Národopisné museum pod Petřínem, u Halánků a Smetanovo. Jak uspořádá svoje putování a kterých z mostů Karlova, Legií

Jiráskova, Palackého a Mánesova použije, aby vykonal svou cestu nepřetržitě, nevraceje se již k navštívenému místu?

Jedno z možných řešení znázorňuje obr. 62b; procházka začíná na Wilsonově nádraží a prvním cílem jest Hrad.



Obr. 62b.

Zřejmo, že východiskem by mohlo býti kterékoliv z udaných míst.

Byla odvozena různá pravidla, dle nichž jest cestu upraviti; jedno z nich jest dáno schematem *lppplllplplppplllplp*; při něm jest východisko ve vrcholu, do něhož jsme položili Wilsonovo nádraží, *l* pak značí, že se dáme cestou vlevo, *p* pak vpravo. Uvedené schema lze napsati i na obvod kružnice a pak kdekoliv začíti, takže jsou-li dány první dvě stanice (v našem případě nádraží a Hrad), jest možno 10 různých cest směrem nádraží Hrad a 10 cest směrem nádraží Prašná brána, tedy celkem dvacet různých cest, poněvadž schema, jímž se řídíme, lze napsati v pořadí o dvou cyklech: *ppplllplplppplllplpl*. Hru lze různě obměniti: jsou-li předepsány tři první stanice, jest celkem 10 řešení, jsou-li dány první čtyři stanice, je řešení 6 nebo 4, je-li dáno 5 stanic, jest řešení 4 nebo 2.

Duálním tělesem k dvanáctistěnu jest dvacetistěn, který má dvacet stěn tvaru rovnostranného trojúhelníku, 12 vrcholů, 30 hran (všimněte si, že zákon duality v *Eulerově* rovnici $s + v = h + 2$ se projevuje záměnností sčítanců); duální úloha k naší pak zní: Jest navštíviti všech dvacet stěn, každou jen jednou a každou hranou pak pouze jednou projíti. Podobné úlohy lze žádati i pro krychli a osmistěn i čtyřstěn, jenž jest duální sám k sobě.