Předmluva

Milí přátelé,

myšlenka organizovat pro žáky středních škol matematické soutěže s pevným statutem a nespokojovat se jen s volnými soutěžemi úloh, které vypisují a odměňují některé studentské časopisy, nabývá ve všech zemích stále většího ohlasu a větších sympatií. Dokladem toho je zvyšující se počet domácích olympiád v jednotlivých státech a rostoucí zájem o mezinárodní olympiády mezi zeměmi socialistickými i kapitalistickými. Dokazuje to i zájem, který o tuto činnost projevuje Mezinárodní komise pro vyučování matematice (anglická zkratka *ICMI* — tj. *International Commission for Mathematic Instruction**), která je složkou *Mezinárodní matematické Unie*, největší mezinárodní organizace matematiků. Komise *ICMI* učinila první důležitý krok na poli výměny informací: shromáždila zprávy o domácích olympiádách z členských států, publikovala je a rozeslala. Myslím, že uvítáte, když časopis Rozhledy přinese v některém čísle stručný přehled o tom, jak vypadají matematické soutěže v jiných státech.

Uvidíte, že organizace a pojetí těchto soutěží je opravdu velice rozmanité. Společná je asi myšlenka, že soutěž má být pro mladé lidi impulsem, aby se něčemu novému při-

---

*) Francouzská zkratka je *CIEM*, tj. *Commission Internationale pour l'Enseignement des Mathématiques.*

učili a že jim má k tomu poskytovat pomoc studijní literaturou i jinými akcemi. Ovšem v mnohých zásadních otázkách se tyto soutěže velmi liší. Je tu např. problém, zda soutěž má být těsně spjata se školou, se školskými osnovami, jako je tomu např. u nás. Tak totiž vzniká jakási tuhá, možno říci někdy strnulá organizace, která často znemožňuje zařadit úlohy, které by byly pro žáky právě nejpřitažlivější. Jiná otázka je, zda ve vlastních soutěžních kolech, kde účastníci mají v předepsaném čase vypracovat určitou klauzurní práci, mají být dávány *jednotlivé úlohy* nebo *skupiny úloh*, z nichž by si žáci vybírali po jedné úloze. Je totiž nepopiratelná skutečnost, že zájemce o matematiku inklinuje hlavně ve vyšších ročnících střední školy (gymnasia) k určité tematice (třeba k algebře nebo analytické geometrii apod.). Může-li si z povinné skupiny např. tří úloh vybrat úlohu s tématem, které je mu nejbližší, *má příležitost ukázat, co umí, a nikoliv co neumí.* Dalším problémem koncepce soutěže je zadávání úloh navazujících na jednoduchou a neobsáhlou teorii, kterou soutěžící samostatně nastudoval. Prastará zkušenost totiž učí toto: člověk s uspokojením konstatuje, že dokonale porozuměl jistému úseku teoretického výkladu z matematiky, a když jej začne aplikovat, tj. řešit úlohy, zjistí ke svému překvapení, že přece jen zcela teorii neporozuměl. Jinými slovy, aplikace, ať v matematice samé či v jiných oborech, jsou prubířským kamenem znalosti teorie. Tuto souvislost bychom asi měli v budoucnosti uplatnit i v naší matematické olympiádě. Jsou ovšem ještě mnohé jiné otázky; tak např. před časem jsme udělali nesmělý pokus s tzv. *problémovými situacemi*, tj. se situacemi, které buď už jsou matematické, nebo se teprve musí matematizovat, ale v nichž nejsou prozatím dány žádné úlohy. Prvním úkolem řešitele je *úlohy formulovat*, a to třeba v nějaké gradaci od úloh zcela konkrétních a jednoduchých k úlohám složitějším a abstraktnějším. Touto činností, která patří do tzv. *problémového vyučování*, se zájemce o matematiku učí postupně velkému umění, *rozumně se ptát*, *formulovat úlohy*, což je někdy obtížnější než úlohy řešit. V našem nesmělém pokuse před několika lety byly nadhozeny dvě problémové situace:

1. Aritmetické posloupnosti prvočísel.
2. Rozdělení daného omezeného rovinného obrazce přímkou ve dvě části sobě rovných obsahů.

Tento pokus, který byl uveden *mimo soutěž*, zůstal celkem bez odezvy, pravděpodobně proto, že naši žáci nebyli k tomuto způsobu práce nikdy vedeni, a snad i proto, že při věčném spěchu svého denního režimu nemají kdy se dlouho zamýšlet a věnovat čas pokusům a spekulacím. Bylo by jistě záhodno, aby některé přípravné přednášky (semináře) byly věnovány problémovým situacím.

V knižnici *Škola mladých matematiků*, které dosud při soutěži málo využíváme, počínají nyní vycházet brožury tzv. „*výběrové řady*“. Jejich *tematika částečně přesahuje rámec školské matematiky;* ukazují se v nich i některé možnosti aplikovat vyloženou partii, která zpravidla bývá netradiční. Také způsob výkladu je náročnější. Do této „řady“ patří např. knížka o *Dirichletovu principu*, *o oddělování konvexních množin*, bude tu také svazeček *o neeukleidovské geometrii*, *o algebraických strukturách* aj. Doufáme, že se touto řadou zavděčíme zejména těm čtenářům, kteří jsou už syti stálého „přemílání“ středoškolské látky. Nechceme však navodit situaci, aby naši žáci opovrhovali školskou matematikou, neovládali elementární mechanismy a zabývali se přitom povrchně věcmi „učenějšími“. Z vysokých škol máme mnoho smutných zkušeností, kam takový stav vede.

V poslední době se mnoho hovoří o matematizaci světa, o abstraktních, axiomaticky budovaných teoriích a jejich modelech. O co vlastně jde? V jevech, s kterými se setkáváme takřka denně a v nichž na první pohled nic matematického nevidíme, *vysondujeme při bližším nahlédnutí vztahy vysloveně matematického charakteru*, které lze zpracovat v jakousi třeba drobnou a jednoduchou abstraktní matematickou teorii, která má své použití i v zcela jiných situacích reálného světa. Těmito otázkami matematizace a axiomatizace se zabývá např. *prof. H. G. Steiner* z Münsteru (NSR), který se žáky nejvyšší třídy střední školy zpracoval pokusně některé takové náměty. Jeden z nich — *teorie hlasovacích množin* — je přeložen do češtiny a vydán pro studijní účely Jihočeského kraje pedagogickým ústavem v Českých Budějovicích (Vrchlického nábřeží). Vedoucí kabinetu matematiky *A. Terš* jistě vážným zájemcům exemplář tohoto textu zapůjčí. Je to četba velmi poučná, z ní se můžete dozvědět, *jak se určitá situace, vzatá z reality, matematizuje a axiomatizuje.* Prof. Steiner má ještě další zajímavé práce tohoto druhu, s nimiž určitě naše studenty seznámíme — třeba informacemi v Rozhledech.

Vraťme se však k naší olympiádě. Máme zkušenost, že velké pobouření mezi řešiteli z řad žáků i učitelů působí *neřešitelné úlohy*. Často se označují názvem „chybné“ či „špatné“. Je pravda, že vznikne někdy neřešitelná úloha neopravením tiskové chyby. Jindy však je neřešitelná úloha zařaděna úmyslně. Uvažte, že musíte být psychologicky připraveni na situaci, kdy úloha, s kterou jste se dlouho lopotili, nemá řešení, i když je tento výsledek sebe více šokující. Skutečnost je totiž taková, že v dané úloze vyslovujeme požadavky, které má mít hledaný matematický objekt (číslo, skupina čísel, funkce, geometrický obrazec apod.) a je přece zcela dobře myslitelné, že *tyto* *požadavky jsou jako celek nesplnitelné*, tj. že neexistuje matematický objekt žádaných vlastností, čili, že úloha je neřešitelná. Nejvhodnější formulace každé (řešitelné či neřešitelné) úlohy je však taková, která začíná slovy: Najděte všecka řešení (čísla, trojúhelníky, body atd.), která mají požadovanou vlastnost.

Hlavní částí obsahu brožury jsou jako vždy řešení soutěžních úloh; je to text, který vás asi nejvíce zajímá a z kterého se můžete nejvíce naučit. Řešení úloh jsou ovšem většinou „autorská“, tj. tato řešení sestavili hlavně sami autoři úloh. Jsou to často vědečtí pracovníci nebo učitelé vysokých škol, jejichž způsob myšlení v matematice je dost odlišný od vašeho; prostě proto, že jsou to matematici-profesionálové. Tím si asi můžete vysvětlit, že v řešeních se někdy vyskytují obraty a postupy vám neobvyklé, které doslovně „*spadnou s nebe*“. Víme, že vašemu způsobu myšlení by možná lépe vyhovovalo jiné řešení, zpracované více metodicky. Nedejte se však odstrašit ani umělými autorskými řešeními. Zamyslíte-li se nad nimi hlouběji, proniknete do duševní dílny autora, do jeho způsobu myšlení a zjistíte, že i obrat, který se vám zdál na první pohled umělý, vznikl vlastně cestou přirozenou. Zarážející a snad zprvu trochu nepříjemné je jen to, že vám autor tuto cestu neprozradil. V tomto ročníku jsme sestavili oddíl úloh III. kola kategorie A a úloh z X. roč. MMO většinou z řešení účastníků a upravili jsme tato řešení jen nepodstatně. Jsme zvědavi, jak se Vám tato řešení budou zamlouvat.

V minulém ročníku naší olympiády jsme poprvé přistoupili pokusně *k bodovacímu systému při hodnocení řešení soutěžních úloh*. To znamená, že daná úloha je dotována podle předběžného odhadu své obtížnosti určitým maximálním počtem bodů, které může řešitel získat za zcela bezvadné řešení. Za každý nedostatek v řešení se mu počet bodů snižuje podle předem stanoveného klíče. Součet všech získaných bodů určuje pak řešitelovo pořadí. Tento způsob hodnocení, obvyklý např. ve sportovních soutěžích, ale i na mezinárodních matematických olympiádách, je ovšem velmi náročný pro osoby, které řešení posuzují. *Účastníky soutěže pak nutí k jisté taktice* přizpůsobené jejich individualitě: jsou žáci, kterým lépe vyhovuje řešit nejdříve úlohy snazší (což by se mělo poznat podle nižšího počtu bodů) a teprve pak úlohy obtížnější. Jsou však jiní řešitelé, kteří mohou získat nejlepší pořadí právě tím, že se soustředí nejprve na nejobtížnější úlohy, dotované nejvyššími počty bodů. V příštích letech hodláme pokračovat v bodovacím systému, zdokonalovat jej a uplatnit jej nejen v závěrečných kolech, ale postupně i v celé soutěži.

Všichni účastníci olympiády asi vědí, že *naše školství stojí před novou reformou.* První krůček se stal prodloužením střední školy — gymnasia — na čtyři léta, ale pravděpodobně budou následovat další změny nejen v organizaci, ale hlavně v obsahu a vyučovacích metodách. Matematika bude jistě předmětem, který bude těmito změnami zasažen velmi pronikavě; některé zastaralé a málo užitečné partie budou nahrazeny tématy modernějšími, které mají také mnohem blíže k aplikacím v nejrůznějších oborech. Všecky tyto změny *nezůstanou bez vlivu na matematickou olympiádu.* Myslíme, že význam soutěží pro nadané matematiky poroste, že bude stále naléhavější potřebou vyhledávat matematické talenty a pomáhat jim. Z toho, co jsme uvedli v předmluvě, je vidět, že práce nebude málo a že organizátoři matematických soutěží u nás i za hranicemi budou musit hodně přemýšlet a zkoušet, aby tyto soutěže byly zmodernizovány, aby byly přitažlivé, neškolské a aby dobře plnily své poslání.

Matematická olympiáda i její pomocné akce jsou organizovány pro vás; proto nás zajímají vaše názory, vaše kritika, vaše podněty. Pište nám o svých zkušenostech, nesnázích a úspěších. Pomůžete nám tak v naší práci.