36. ročník matematické olympiády na základních školách

Příloha: Úlohy ze soutěží Dejte hlavy dohromady

In: Milan Koman (editor); Vladimír Repáš (editor): 36. ročník matematické olympiády na základních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 1986/87. (Czech). Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. pp. 140–145.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/404858

ÚLOHY ZE SOUTĚŽÍ

Dejte hlavy dohromady

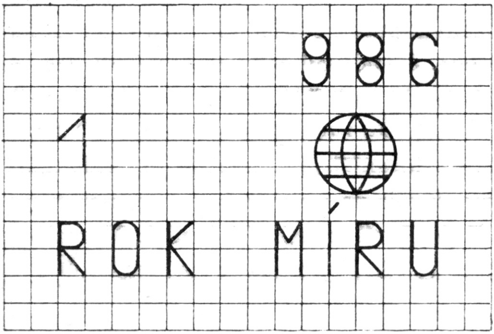
Soutěž »Dejte hlavy dohromady« je určena pro 4členná družstva žáků ze 6. tříd základních škol s rozšířeným vyučováním matematiky a přírodovědných předmětů. Pro žáky z těchto škol je vhodným doplňkem k MO, protože v ní soutěží mezi sebou žáci s hlubším matematickým vzděláním jako sobě rovní partneři. Předložené úlohy řeší vždy celá družstva v časovém limitu 2 vyučovacích hodin.

Znění úloh z této soutěže nabízíme i ostatním žákům z nespecializovaných tříd ze 6. i vyšších ročníků.

V roce 1986/87 byly organizovány dvě soutěže Dejte hlavy dohromady, a to v Praze a Opavě. V Praze pořádala soutěž již druhým rokem pražská pobočka JČSMF (úlohy připravili RNDr. V. Dřízal a RNDr. M. Koman, CSc.), v Opavě Klub mladých matematiků (úlohy připravila RNDr. L. Hozová).

Pražská soutěž

1. Rozstřihněte obdélník (obr. 73) s rozházeným nápisem na dvě části tak, aby z nich bylo možno složit plakát k Mezinárodnímu roku míru (symbol zeměkoule má být vpravo od letopočtu 1986).



Obr. 73

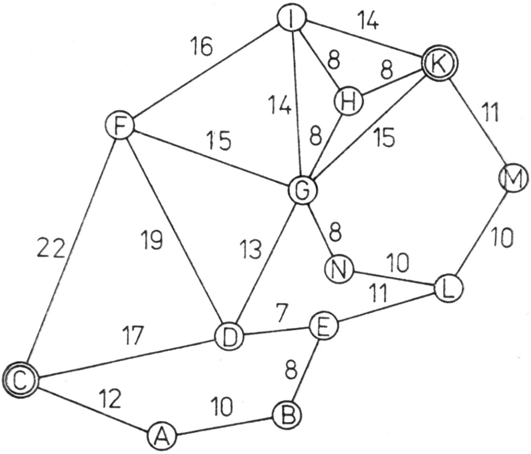
2. Dva řidiči mají v kanystru 16 litrů benzínu. Poraďte jim, jak jej rozdělit přesně na polovinu pomocí dvou nádob o objemu 11 litrů a 6 litrů.

3. Sestrojte na samostatné listy papíru sítě všech možných různých čtyřstěnů, které mají nejvýše dvě hrany (tj. dvě nebo méně) dlouhé 13 cm a zbylé hrany dlouhé 7 cm. Sítě vystřihněte a zkontrolujte, zda z nich lze jehlany skutečně slepit.

4. Ze 22 pětimetrových latí se má vyrobit co největší počet obdélníkových rámečků, jejichž strany tvoří laťky dlouhé 40 cm a 70 cm. Navrhněte způsob rozřezání latí. Kolik rámečků je možno vyrobit?

5. Daný čtverec rozdělte na dva shodné a) čtyřúhelníky, b) pětiúhelníky, c) šestiúhelníky, d) sedmiúhelníky, e) osmiúhelníky.

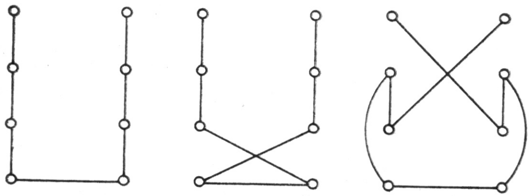
6. Obchodník putuje s oslem z města *C* do města *K*. Čísla na plánu (obr. 74) udávají dobu cesty v hodinách. Ale pozor! Osel je ochoten jít na každém rozcestí pouze do nejbližší osady (např. z *E* do *D* a z osady *G* do *N* nebo *H*). Chce-li přesto obchodník jít do vzdálenější osady, musí osla táhnout. Tím se cesta prodlužuje na dvojnásobek doby, než udává ukazatel (např. z *E* do *L* táhne osla 22 hodin). Vyznačte na plánu cestu z *C* do *K* tak, aby trvala co nejkratší dobu.



Obr. 74

(Úloha z knihy: *M. Hejný - Ľ. Niepel:* Šestnácť matematických príbehov. Mladé letá, Bratislava 1983.)

7. Šněrovací bota má 4 páry dírek. Tkaničky šněrujeme od spodních dírek tak, aby vznikl vzorek souměrný podle svislé osy. Do každé dírky navlékáme tkaničku jen jednou a přitom nerozlišujeme, zda provlékáme tkaničku zespoda, nebo shora. Šněrování končíme v horních dírkách. Příklady jsou na obrázku 75. Najděte všechny možnosti takovéhoto šněrování. Výčet možností sestavte co nejpřehledněji.



Obr. 75

8. Do počítače vložíme přirozené číslo. Je-li toto číslo sudé, počítač ho dělí dvěma, je-li liché vynásobí ho číslem 3 a pak ještě přičte 1. Je-li výsledek »1«, počítač se zastaví. Když výsledek není »1«, počítač ho zpracuje podle stejného programu jako vložené číslo. Která čísla jsme mohli vložit do počítače, když se počítač zastavil po devíti krocích?

Opavská soutěž

1. Pět chlapců se vážilo na osobní váze tak, že se na ni vždy postavili dva najednou. Váha postupně ukázala následující údaje: 129, 125, 124, 123, 122, 121, 120, 118, 116, 114 (v kilogramech). Kolik vážili jednotliví chlapci?

2. Název města se píše pěti písmeny. Když každé písmeno nahradíme pořadovým číslem abecedy (A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, E = 5, F = 6, G = 7, H = 8, CH = 9 ...), dostaneme čísla, která mají tyto vlastnosti:

Součet všech pěti čísel se rovná $\frac{1}{4}$ z 256.

Třetí číslo je větší než všechna ostatní, a to o 10 než druhé, o 5 než prvé, o 2 než čtvrté a o 19 než páté.
Jaký je název města?

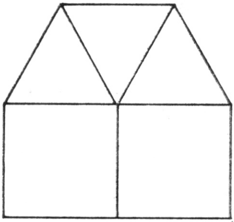
3. Vpište do tabulky 3 × 4 čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 tak, aby byly splněny všechny následující podmínky:
- 4 sousedí jen se svými násobky,
- 1 sousedí se všemi lichými prvočísly,
- 9 není v rohu a její sousedé dávají součet 28,
- součet v některém sloupci je méně než 13, ale v žádném sloupci nepřesahuje 27,
- všichni sousedé šestky jsou menší než ona.

(Dvě políčka jsou sousední, mají-li společnou stranu.)

4. Rovinný útvar budeme nazývat PIKOMOZAIKOU, když má tyto vlastnosti:

1. je složen jen ze čtverečků a rovnostranných trojúhelníků, přičemž všechny čtverečky i trojúhelníky jsou stejně velké a strana čtverce je stejně dlouhá jako strana trojúhelníku,
2. sousední útvary vždy sousedí celou stranou, ne jen její částí,
3. čtverec je aspoň jeden, ale nejvíce čtyři (trojúhelníků může být libovolné množství anebo žádný),
4. útvar je konvexní.

Nakresli všechny různé PIKOMOZAIKY.
Příklad PIKOMOZAIKY je na obrázku 76.



Obr. 76

(Dvě PIKOMOZAIKY považujeme za stejné, když po vystřihnutí z papíru je lze přemístit tak, že se přesně kryjí.)