37. ročník matematické olympiády na středních školách

O průběhu 37. ročníku matematické olympiády

In: Leo Boček (editor); Luboš Brim (editor); Tomáš Hecht (editor); Karel Horák (editor): 37. ročník matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 1987/88. 29. mezinárodní matematická olympiáda. (Czech). Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1990. pp. 5–40.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/404864

O průběhu 37. ročníku matematické olympiády

Matematická olympiáda je soutěž v matematice a v programování pro žáky základních a středních škol. Pořádají ji ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy ČR, ministerstvo školství, mládeže a tělesné výchovy SR, Jednota československých matematiků a fyziků a Jednota slovenských matematiků a fyziků. Soutěž řídí ústřední výbor matematické olympiády (ÚV MO), jehož předsedou byl ve školním roce 1987—88 *RNDr. František Zítek, CSc.*, z Matematického ústavu ČSAV v Praze, místopředsedy *prof. RNDr. Miroslav Fiedler, člen korespondent ČSAV* z téhož ústavu a *doc. RNDr. Branislav Rovan, CSc.*, z matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Komenského v Bratislavě. Výše uvedená ministerstva zastupovali v ÚV MO *RNDr. Václav Šůla* a *RNDr. Júlia Lukátšová*, funkci tajemníků ÚV MO zastávali *doc. RNDr. Leo Boček, CSc.*, z matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze a *RNDr. Karel Horák, CSc.*, z Matematického ústavu ČSAV v Praze.

Tato brožurka je věnována pouze matematické olympiádě na středních školách, o matematické olympiádě na základních školách vychází jiná publikace. Žáci středních škol soutěží v MO ve 4 kategoriích. Kategorie P je určena žákům všech tříd středních škol a je zaměřena na úlohy z programování. Ostatní kategorie jsou určeny žákům, kteří soutěží v matematice mimo programování, přičemž kategorie A je pro žáky 3. a 4. ročníků, kategorie B pro žáky 2. ročníků a kategorie C pro žáky prvních ročníků. V I. kole řeší soutěžící všech kategorií úlohy doma nebo v matematických kroužcích, mohou přitom použít různou literaturu a konzultovat například s učitelem matematiky. V kategoriích A, B, C má I. kolo ještě část klauzurní, při které řeší soutěžící ve škole 3 úlohy formou písemné práce. Podobně jako klauzurní část probíhá ve všech kategoriích II. kolo, krajské, jež obsahuje v každé kategorii tři nebo čtyři úlohy. V kategoriích A a P se koná ještě III. kolo, celostátní. V něm řeší soutěžící v kategorii A 6 úloh, v kategorii P 4 úlohy ve dvou půldnech. Celostátní kola 37. ročníku MO se konala v Bratislavě, ve dnech 24.—27. dubna 1988 celostátní kolo kategorie A a hned navazovalo ve dnech 27.—30. dubna celostátní kolo kategorie P, neboť hodně žáků se probojovalo do nejvyššího kola v obou kategoriích. Na slavnostním zahájení přednesl po krátkém kulturním programu úvodní slovo *prof. RNDr. Miroslav Fiedler, člen korespondent ČSAV* a místopředseda ústředního výboru MO. Vyzval soutěžící, aby se zapojili do boje proti průměrnosti ve studiu a aby v budoucnosti využili své matematické znalosti všude, kde budou pracovat, i v nematematických oborech. Ředitel odboru gymnázií a středních odborných škol ministerstva školství, mládeže a tělesné výchovy SR *PaedDr. Ondrej Bartko* konstatoval potěšující jev - Bratislava se stává líhní mladých matematických talentů, mnozí z dřívějších slovenských úspěšných účastníků MO jsou dnes již významnými vědeckými a pedagogickými pracovníky, například *docenti I. Korec, T. Marcisová, B. Sivák.*

Všechny krajské a okresní výbory MO věnují ve spolupráci s odbory školství příslušných národních výborů a s pobočkami JČSMF a JSMF talentovaným žákům v matematice velkou péči a pořádají pro ně různá matematická soustředění, korespondenční semináře, přednášky apod., pro učitele instruktáže k úlohám MO i k dalším matematickým tématům. Ve všech krajích se konala soustředění úspěšných řešitelů úloh MO, někde společné soustředění řešitelů matematické a fyzikální olympiády. Například v Jihočeském kraji uspořádali i seminář pro řešitele úloh MO kategorie P. Pokud se v některém kraji nepořádal korespondenční seminář, byla žákům umožněna účast v korespondenčním semináři v jiném kraji, například žáci Středočeského kraje se zapojili do pražského korespondenčního semináře, který organizoval KV MO Praha na matematicko-fyzikální fakultě Karlovy univerzity v Praze. V Severomoravském kraji se již vžily sobotní besedy MO, jež se konají pro řešitele MO kategorií A, B, C na Palackého univerzitě v Olomouci. V Slovenské republice se pořádají akce pro nadané žáky ve spolupráci s domy pionýrů a mládeže, například v Košicích se schází jednou týdně v krajském domě pionýrů a mládeže Klub mladých matematiků.

ÚV MO pořádal jako v předcházejících letech celostátní korespondenční seminář, který byl též přípravou pro československou účast na mezinárodní matematické olympiádě. Podrobněji se o korespondenčním semináři ÚV MO dočtete dále, rovněž mezinárodní matematické olympiádě je v této brožurce věnována samostatná část. Po obsahové stránce zajišťoval ÚV MO také dvě soustředění vybraných žáků, z nichž pak byli vybráni českoslovenští účastníci MMO. První se konalo u Bratislavy, druhé v Pardubicích. Spolu s ÚV fyzikální olympiády zajišťoval ÚV MO celostátní soustředění MO a FO, které se konalo v Jevíčku.

Velkou pomocí řešitelům úloh MO je edice Škola mladých matematiků, kterou vydává ÚV MO v nakladatelství Mladá fronta. V edici vyšlo již 59 svazků, posledním vydaným svazkem je brožurka *Morávek, Vlach: Oddělitelnost množin*, která vyšla již v druhém vydání. Ve Státním pedagogickém nakladatelství vydává ÚV MO sbírky vybraných úloh MO a v každém roce dvě brožurky o uplynulém ročníku MO, jedna je věnována MO na středních školách, druhá na základních školách. Jednu z nich, popisující 37. ročník MO na středních školách, máte právě v ruce. Obsahuje všechny úlohy včetně jejich řešení. Úlohy jsou označeny kategorií, kolem a pořadovým číslem úlohy, například B-I-5, P-III-2. Úlohy školní - klauzurní - části I. kola kategorií A, B, C jsou označeny písmenem S místo I za označením kategorie, např. A-S-2. Dále najdete v brožurce úlohy celostátního korespondenčního semináře ÚV MO (bez řešení) a úlohy mezinárodní matematické olympiády.

Počty zúčastněných žáků v I. kole 37. ročníku MO

Kraj	Kategorie								Celkem	
	A		B		C		P			
	S	U	S	U	S	U	S	U	S	U
Praha	113	74	118	68	153	122	39	29	423	293
Středočeský	189	50	178	55	271	163	17	9	655	277
Jihočeský	96	60	154	56	201	127	17	11	468	254
Západočeský	126	44	124	40	200	101	12	7	462	192
Severočeský	189	64	206	83	374	171	14	9	783	327
Východočeský	77	58	118	87	222	147	6	4	423	296
Jihomoravský	300	133	321	133	433	227	33	20	1087	513
Severomoravský	171	69	318	106	507	253	23	16	1019	444
Bratislava	164	151	127	49	203	163	47	30	541	393
Západoslovenský	168	121	171	157	298	261	32	16	669	555
Středoslovenský	253	91	325	116	361	188	29	13	968	408
Východoslovenský	313	90	504	192	1211	411	57	38	2085	731
ČSR	1261	552	1537	628	2361	1311	161	105	5320	2596
SSR	898	453	1127	514	2073	1023	165	97	4263	2087
ČSSR	2159	1005	2664	1142	4434	2334	326	202	9583	4683

S . . . počet všech soutěžících U . . . počet úspěšných řešitelů

Účast středních škol v 37. ročníku MO

Kraj	Gymnázia						Ostatní střední školy				
	Celkem v kraji	zapojeno v kategorii				Aspoň v jedné kategorii	zapojeno v kategorii				Aspoň v jedné kategorii
		A	B	C	P		A	B	C	P	
Praha	21	13	16	17	8	20	1	0	0	2	3
Středočeský	23	20	23	23	7	23	1	3	10	0	11
Jihočeský	18	12	16	15	9	16	4	6	9	1	10
Západočeský	15	12	15	14	5	15	0	1	8	0	8
Severočeský	22	18	20	21	6	21	6	8	15	0	15
Východočeský	35	12	21	24	4	32	0	1	1	1	1
Jihomoravský	38	25	35	36	9	38	3	8	14	2	14
Severomoravský	39	17	28	33	8	35	1	7	11	0	12
Bratislava	11	9	8	10	4	10	0	0	0	1	1
Západoslovenský	38	24	28	37	8	38	4	13	26	1	30
Středoslovenský	36	39	26	33	8	36	11	18	23	1	37
Východoslovenský	38	26	34	37	11	38	3	13	42	2	43
ČSR	211	129	174	183	56	200	16	34	68	6	74
SSR	123	98	96	117	31	122	18	44	91	5	111
ČSSR	334	227	270	300	87	322	34	78	159	11	185

Počty zúčastněných žáků v II. kole 37. ročníku MO

Kraj	Kategorie								Celkem	
	A		B		C		P			
	S	U	S	U	S	U	S	U	S	U
Praha	68	22	64	42	107	52	28	19	267	135
Středočeský	49	7	55	16	152	28	7	2	263	53
Jihočeský	54	9	52	20	119	35	10	6	235	70
Západočeský	44	10	40	20	87	20	6	4	177	54
Severočeský	61	8	80	54	163	26	9	2	313	90
Východočeský	56	18	83	26	144	60	4	1	287	105
Jihomoravský	129	24	117	30	201	45	19	8	466	107
Severomoravský	66	8	101	37	251	90	15	10	433	145
Bratislava	150	59	46	42	152	98	30	18	378	217
Západoslovenský	114	10	143	37	245	58	15	8	517	113
Středoslovenský	74	15	76	23	132	23	15	9	297	70
Východoslovenský	86	20	121	39	282	36	28	4	517	99
ČSR	527	106	592	245	1224	356	98	52	2441	759
SSR	424	104	386	141	811	215	88	39	1709	499
ČSSR	951	210	978	386	2035	571	186	91	4150	1258

S . . . počet všech soutěžících U . . . počet úspěšných řešitelů

Počty zúčastněných žáků v III. kole 37. ročníku MO

Kraj	Kategorie A			Kategorie P		
	S	U	V	S	U	V
Praha	9	8	6	12	7	5
Středočeský	2	1	—	2	2	—
Jihočeský	1	—	—	3	2	1
Západočeský	6	2	—	2	1	1
Severočeský	2	1	—	1	—	—
Východočeský	5	2	—	1	—	—
Jihomoravský	10	7	3	5	3	2
Severomoravský	5	4	2	5	1	—
Bratislava	29	12	9	13	6	2
Západoslovenský	3	1	—	3	2	1
Středoslovenský	5	2	—	3	3	1
Východoslovenský	3	3	1	1	—	—
ČSR	40	25	11	31	16	9
SSR	40	18	10	20	11	4
ČSSR	80	43	21	51	27	13

S ... počet všech soutěžících
U ... počet úspěšných řešitelů
V ... počet úspěšných, kteří byli prohlášeni za vítěze

ÚSPĚŠNÍ ŘEŠITELÉ CELOSTÁTNÍHO KOLA MO KAT. A

Uvádíme pořadí žáka, jeho jméno a příjmení, ročník, školu a počet dosažených bodů ze 42 možných. U žáků z tříd se zaměřením studijního oboru 01 Matematika, resp. 02 Matematika a fyzika, je za označením ročníku uvedeno M, resp. MF. Všichni byli žáky gymnázií - G.

Vítězové

1.	*Petr Hliněný*, 2 M, G M. Koperníka, Bílovec	34
2.—3.	*Petr Čížek*, 3 M, G W. Piecka, Praha	29
	Pavol Gvozdjak, 4 M, G A. Markuša, Bratislava	29
4.—5.	*David Pancza*, 4 M, G A. Markuša, Bratislava	28
	Ondřej Pokluda, 4 M, Brno, tř. kpt. Jaroše	28
6.	*Stanislav Krajči*, 4 M, Košice, Šmeralova	26
7.—12.	*Stěpán Kasal*, 1 M, G W. Piecka, Praha	25
	Martin Kraus, 2 M, G W. Piecka, Praha	25
	Ilja Martišovitš, 3 MF, G J. Hronca, Bratislava	25
	Pavol Ševera, 2 M, G A. Markuša, Bratislava	25
	Marek Velešík, 3, Brno, Koněvova	25
	Martin Žufan, 3 M, Brno, tř. kpt. Jaroše	25
13.—14.	*František Kuminiak*, 3 M, G A. Markuša, Bratislava,	24
	Ondrej Šuch, 2 M, G A. Markuša, Bratislava	24

15.—17.	*Petr Brož*, 3 M, G W. Piecka, Praha	22
	Martin Kučera, 3 M, G M. Koperníka, Bílovec	22
	S. Januschke, 3 MF, G J. Hronca, Bratislava	22
18.—21.	*Tibor Bartoš*, 4 M, G A. Markuša, Bratislava	21
	Andrej Doboš, 3 M, G A. Markuša, Bratislava	21
	Ondřej Kalenda, 2 M, G W. Piecka, Praha	21
	Arnošt Kobylka, 3 M, G W. Piecka, Praha	21

Další úspěšní řešitelé

22.	*Daniel Elleder*, 3 M, G W. Piecka, Praha	19
23.—24.	*Tomáš Brodský*, 3 M, Brno, tř. kpt. Jaroše	18
	Radomír Měch, 4 M, G M. Koperníka, Bílovec	18
25.—26.	*Dalibor Procházka*, 4 MF, Karlovy Vary	17
	Zbyněk Šír, 3 M, G J. K. Tyla, Hr. Králové	17
27.—28.	*Vladimír Ďuračka*, 2 MF, G J. Hronca, Bratislava	16
	Jiří Zatloukal, 4 M, G M. Koperníka, Bílovec	16
29.—31.	*Peter Eliáš*, 4, Prešov, Konštantínova	15
	Jaroslav Masár, 4 M, G A. Markuša, Bratislava	15
	Jan Vomlel, 2 M, G J. K. Tyla, Hr. Králové	15
32.—36.	*Tomáš Dvořák*, 4 M, Brno, tř. kpt. Jaroše	13
	Jiří Fürst, 3 M, G J. Fučíka, Plzeň	13
	Dalibor Jakuš, 4 M, Žilina, V. Okružná	13
	Vladimír Komár, 2 M, Košice, Šmeralova	13
	Milan Sekanina, 4 M, Brno, tř. kpt. Jaroše	13
37.—43.	*Radovan Čížek*, 4 MF, Mladá Boleslav	12
	Karol Hrivnák, 4 M, G A. Markuša, Bratislava	12
	David Krásenský, 2 M, Brno, tř. kpt. Jaroše	12
	Jozef Skokan, 2 M, Žilina, V. Okružná	12
	Marta Sochorová, 4 M, G W. Piecka, Praha	12

Pavel Truhlář, 4 M, Liberec, Partyzánská 12
Gabriel Varga, 3, Šamorín, maď. G 12

Žáci z tříd jiného studijního zaměření než 01 Matematika se umístili v tomto pořadí:

1.—2. *Ilja Martišovitš*, 3, G J. Hronca, Bratislava
Marek Velešík, 3, Brno, Koněvova
3. *Stanislav Januschke*, 3, G J. Hronca, Bratislava
4. *Dalibor Procházka*, 4, Karlovy Vary
5. *Vladimír Ďuračka*, 2, G J. Hronca, Bratislava
6. *Peter Eliáš*, 4, Prešov, Konšťantínova
7.—8. *Radovan Čížek*, 4, Mladá Boleslav
Gabriel Varga, 3, Šamorín, maď. G

ÚSPĚŠNÍ ŘEŠITELÉ CELOSTÁTNÍHO KOLA MO KAT. P

Uvádíme pořadí žáka, jeho jméno a příjmení, ročník a školu a počet dosažených bodů ze 40 možných. Všichni byli žáky gymnázií (G).

Vítězové

1.	*Petr Brož*, 3, G W. Piecka, Praha	40
2.—3.	*Arnošt Kobylka*, 3, G W. Piecka, Praha	38
	Marek Velešík, 3, Brno, Koněvova	38
4.—5.	*Václav Bohdanecký*, 3, G W. Piecka, Praha	37
	Petr Čížek, 3, G W. Piecka, Praha	37
6.	*Juraj Šimko*, 4, Nitra, Párovská	36
7.	*Ilja Martišovitš*, 3, G J. Hronca, Bratislava	34
8.	*Jiří Fürst*, 3, G J. Fučíka, Plzeň	31
9.	*Jozef Saniga*, 4, Žilina, V. Okružná	29
10.	*Štěpán Kasal*, 1, G W. Piecka, Praha	28
11.	*Vladimír Chvátil*, 2, Brno, Koněvova	27
12.—13.	*Martin Bujdák*, 4, G A. Markuša, Bratislava	25
	Pavel Kozlovský, 4, Jindřichův Hradec	25

14.—16.	*Andrej Lúčny*, 3, Piešťany	24
	Zdeněk Pavlas, 3, Brno, tř. kpt. Jaroše	24
	René Pázman, 3, G J. Hronca, Bratislava	24
17.—18.	*Martin Dindoš*, 2, G J. Hronca, Bratislava	23
	Gregor Rayman, 3, Žilina, Wolkerova	23
19.—21.	*Jan Macháček*, 2, Pelhřimov	22
	Marta Sochorová, 4, G W. Piecka, Praha	22
	Vladimír Šolc, 2, Beroun	22
22.—24.	*Miroslav Šrol*, 4, G J. Hronca, Bratislava	21
	Petr Štěpán, 3, G W. Piecka, Praha	21
	Petr Vyhňák, 4, Mladá Boleslav,	21
25.	*Štefan Dobrev*, 3, G A. Markuša, Bratislava	20
26.—27.	*Jozef Gemela*, 4, Prievidza	19
	Radek Porazil, 4, G M. Koperníka, Bílovec	19

NEJÚSPĚŠNĚJŠÍ ŘEŠITELÉ II., KRAJSKÉHO KOLA MO

Z každého kraje a v každé kategorii je uvedeno nejvýše prvních deset nejúspěšnějších řešitelů. Pokud není uvedeno jinak, byli všichni uvedení žáci v kategorii B žáky 2. ročníku, v kategorii C žáky 1. ročníku střední školy. V kategoriích A a P je za jménem uveden ročník. Není-li uveden typ školy, byl řešitel žákem gymnázia (G). Označení M, resp. MF, v kategoriích A, B, C znamená zaměření studijního oboru 01 Matematika, resp. 02 Matematika a fyzika.

Praha

Kategorie A

1.	*Petr Čížek*, 3 M, G W. Piecka
2.	*Tomáš Rylek*, 3 M, G W. Piecka
3.—5.	*Daniel Elleder*, 3 M, G W. Piecka
	Martin Kraus, 2 M, G W. Piecka
	Marta Sochorová, 4 M, G W. Piecka
6.	*Petr Knobloch*, 4 MF, Praha 10, Voděradská
7.—9.	*Ondřej Kalenda*, 2 M, G W. Piecka
	Štěpán Kasal, 1 M, G W. Piecka
	Arnošt Kobylka, 3 M, G W. Piecka

Kategorie B

1.	*Jakub Cvach*, M, G W. Piecka
2.—3.	*Petr Toman*, M, G W. Piecka
	Jan Žemlička, Praha 8, U libeňského zámku
4.—9.	*Karel Hejtmánek*, M, G W. Piecka
	Petr Kolman, Praha 3, Sladkovského nám.
	Jan Macháček, M, G W. Piecka
	Richard Němeček, Praha 8, U libeňského zámku
	Lubomír Rulíček, M, G W. Piecka
	David Schreib, M, G W. Piecka

Kategorie C

1.—2.	*Štěpán Kasal*, M, G W. Piecka
	Michal Kubeček, 8. třída, základní škola, Praha 4, Na planině
3.	*Jan Hannig*, M, G W. Piecka
4.	*Jakub Těšínský*, M, G W. Piecka
5.—8.	*Karel Fridrich*, M, G W. Piecka
	Jan Kolář, M, G W. Piecka
	Petr Mourek, M, G W. Piecka
	Milan Šebesta, Praha 8, U libeňského zámku
9.	*Petr Novotný*, 8. třída, základní škola, Praha 7, F. Křížka

Kategorie P

1.—3. *Petr Čížek*, 3
Arnošt Kobylka, 3
Marta Sochorová, 4
4. *Jan Hannig*, 1
5. *Václav Bohdanecký*, 3
6. *Pavel Plachký*, 4
7.—9. *David Obdržálek*, 4
Petr Štěpán, 3
Ludvík Tesař, 3
10. *Petr Brož*, 3, všichni G W. Piecka

Středočeský kraj

Kategorie A

1. *Radovan Čížek*, 4 MF, Mladá Boleslav
2. *Vladimír Šolc*, 2 MF, Beroun
3. *Pavel Krejčíř*, 4 MF, Mladá Boleslav
4. *Richard Suchý*, 4 MF, Benešov
5.—7. *Martin Šmíd*, 4 MF, Beroun
Karel Špáda, 3 MF, Mladá Boleslav
Radek Tezaur, 4, Vlašim

Kategorie B

1. *Vladimír Šolc*, MF, Beroun
2. *Michal Gruncl*, SPŠ Kutná Hora

3. *Bořivoj Strach*, Mladá Boleslav
4.—5. *Jan Brychta*, Kolín
Jan Soubusta, Benešov
6.—9. *Petr Doňar*, Kralupy n. V.
Zdeněk Kohout, Kladno
Hana Křížová, Beroun
Martin Vyšohlíd, Mladá Boleslav

Kategorie C

1. *Pavlína Kuthanová*, Kralupy n. V.
2.—7. *Oldřich Baroch*, Kladno
Zdenka Beranová, Kolín
Jan Červenka, Kladno
Lenka Kurzweilová, Mladá Boleslav
Klára Městecká, Mladá Boleslav
Miroslav Vaic, Kladno

Kategorie P

1. *Petr Vyhňák*, 4, Mladá Boleslav
2. *Vladimír Šolc*, 2, Beroun

Jihočeský kraj

Kategorie A

1. *David Boukal*, 3 M, České Budějovice, Jírovcova
2. *Jaroslav Pavlíček*, 3, SPŠ Písek

3.—4. *Martin Hanuš*, 3 MF, G K. Šatala, Č. Budějovice
Milan Předota, 2, České Budějovice, Jírovcova
5.—9. *Jan Balák*, 2 M, České Budějovice, Jírovcova
Michael Humpál, 4 MF, G K. Šatala, Č. Budějovice
Pavel Kozlovský, 4, Jindřichův Hradec
Martin Kronika, 4 MF, G K. Šatala, Č. Budějovice
Martin Řehout, 2 M, České Budějovice, Jírovcova

Kategorie B

1. *Jan Balák*, M, České Budějovice, Jírovcova
2.—3. *Michal Koblížek*, Jindřichův Hradec
Petr Mach, M, České Budějovice, Jírovcova
4. *Milan Předota*, M, České Budějovice, Jírovcova
5. *Martin Řehout*, M, České Budějovice, Jírovcova
6.—7. *Milena Beranová*, Strakonice
Jakub Čermák, M, České Budějovice, Jírovcova
8.—10. *Josef Jestřáb*, Písek
Jan Macháček, Pelhřimov
Radim Žáček, Humpolec

Kategorie C

1. *Jiří Sedlák*, M, České Budějovice, Jírovcova
2.—3. *Jan Dvořák*, M, České Budějovice, Jírovcova
Karel Netočný, M, České Budějovice, Jírovcova
4. *Richard Váňa*, Písek
5.—8. *Daniel Bican*, Milevsko

Lenka Krejzarová, Písek
Vít Pešek, Písek
Denisa Vránková, Tábor

Kategorie P

1. *Pavel Kozlovský*, 4, Jindřichův Hradec
2. *Jakub Čermák*, 2, České Budějovice, Jírovcova
3. *Jan Macháček*, 2, Pelhřimov
4.—6. *Miroslav Nerad*, 4, České Budějovice, Česká
Tomáš Parkos, 4, České Budějovice, Česká
Jiří Rataj, 3, Strakonice

Západočeský kraj

Kategorie A

1.—2. *Jiří Fürst*, 3 M, G J. Fučíka, Plzeň
Šimon Kos, 3 M, G J. Fučíka, Plzeň
3.—5. *Dalibor Procházka*, 4 MF, Karlovy Vary
Zdeněk Tryner, 4 M, G J. Fučíka, Plzeň
Pavel Vinter, 4, Plzeň, ul. Pionýrů
6. *Miroslav Vicher*, 3 MF, Karlovy Vary
7.—8. *Pavel Käss*, 3 M, G J. Fučíka, Plzeň
Miroslav Lávička, 3 M, G J. Fučíka, Plzeň
9.—10. *Martin Bareš*, 2 M, G J. Fučíka, Plzeň
Petr Hejda, 4 M, G J. Fučíka, Plzeň

Kategorie B

1.	*Jan Štrunc*, M, G J. Fučíka, Plzeň
2.	*Jan Nepraš*, M, G J. Fučíka, Plzeň
3.	*Martin Hanák*, MF, Klatovy
4.—6.	*Jolana Černá*, MF, Plzeň, Opavská
	Petr Knap, MF, Plzeň, ul. Pionýrů
	Tomáš Míka, MF, Plzeň, ul. Pionýrů
7.	*Miloš Brejcha*, MF, G J. Fučíka, Plzeň
8.	*Petr Somol*, Mariánské Lázně
9.—10.	*Michal Fried*, MF, Plzeň, ul. Pionýrů
	Martin Schaffer, MF, Karlovy Vary

Kategorie C

1.	*Tomáš Kadlec*, M, G J. Fučíka, Plzeň
2.	*Martin Sobotka*, Klatovy
3.—8.	*Dana Benešová*, M, G J. Fučíka, Plzeň
	Martin Čihák, MF, Karlovy Vary
	Aleš Hodina, M, G J. Fučíka, Plzeň
	František Šteifl, MF, Karlovy Vary
	Zdeňka Svobodová, MF, Cheb
	Zdeněk Valečko, M, G J. Fučíka, Plzeň

Kategorie P

1.	*Jiří Fürst*, 3 M, G J. Fučíka, Plzeň
2.	*Jiří Gogela*, 4 MF, G J. Fučíka, Plzeň

3. *Vítězslav Babický*, 3 M, G J. Fučíka, Plzeň
4. *Petr Kodl*, 3 M, G J. Fučíka, Plzeň

Severočeský kraj

Kategorie A

1.—2. *Vladimír Richter*, 4 M, Liberec, Partyzánská
Pavel Truhlář, 4 M, Liberec, Partyzánská
3. *Jaroslav Trnka*, 4 M, Liberec, Partyzánská
4. *Petr Noháč*, 3 M, Liberec, Partyzánská
5.—6. *Jan Dvořák*, 4 MF, Ústí n. L.
David Swigoň, 4 M, Liberec, Partyzánská
7.—8. *Štěpánka Lazarová*, 3, Děčín,
Daniel Šuta, 4, Chomutov

Kategorie B

1. *Tomáš Burger*, MF, Teplice
2.—8. *Pavel Hoza*, MF, Ústí n. L.
Miroslav Johanovský, MF, Ústí n. L.
Marie Kovářová, M, Liberec, Partyzánská
Michal Řízek, MF, Ústí n. L.
Pavel Semerád, MF, Rumburk
Marta Slavíková, MF, Teplice
Ladislav Šimek, M, Liberec, Partyzánská
9.—10. *Tomáš Horkel*, Ústí n. L.
Josef Marx, M, Liberec, Partyzánská

Kategorie C

1.—2. *Radek Škoda*, M, Liberec, Partyzánská
Štěpánka Zitková, M, Liberec, Partyzánská
3.—4. *Jiří Fiala*, M, Liberec, Partyzánská
Aleš Hácha, M, Liberec, Partyzánská
5: *Roman Hanzl*, Jablonec
6. *Jaroslav Švébiš*, M, Liberec, Partyzánská
7.—9. *Stanislav Dunaj*, MF, Ústí n. L.
Petr Jiřička, 8. třída, základní škola, Liberec, Na bojišti
Vít Smékal, M, Liberec, Partyzánská

Kategorie P

1. *Miroslav Hoblík*, 3, Liberec, Partyzánská
2: *Oldřich Vojtíšek*, 3, Liberec, Partyzánská

Východočeský kraj

Kategorie A

1. *Jan Vomlel*, 2 M, G J. K. Tyla, Hradec Králové
2. *Tomáš Pospíchal*, 2 M, G J. K. Tyla, Hradec Králové
3. *Zbyněk Vašata*, 3, G J. K. Tyla, Hradec Králové
4. *Štěpán Holub*, 3 MF, Trutnov
5. *Zbyněk Šír*, 3 M, G J. K. Tyla, Hradec Králové

Kategorie B

1. *Jan Vomlel*, M, G J. K. Tyla, Hradec Králové
2. *Josef Otčenášek*, Dvůr Králové
3.—5. *Aleš Dryák*, Nový Bydžov
Martin Horký, MF, Pardubice
Tomáš Pospíchal, M, G J. K. Tyla, Hradec Králové
6.—7. *Ondřej Baudyš*, Hlinsko v Č.
Roman Heřman, MF, Pardubice

Kategorie C

1. *Daniela Loskotová*, Havlíčkův Brod
2.—4. *Miroslav Hiršl*, Náchod
Petr Křečil, M, G J. K. Tyla, Hradec Králové
Jiří Postupa, M, G J. K. Tyla, Hradec Králové
5. *Jiří Cyrany*, Havlíčkův Brod
6. *Aleš Hlavsa*, Náchod

Kategorie P

1. *Štěpán Holub*, 3, Trutnov

Jihomoravský kraj

Kategorie A

1. *Tomáš Dvořák*, 4 M, Brno, tř. kpt. Jaroše
2. *Marek Velešík*, 3, Brno, Koněvova

3. *Tomáš Brodský*, 3 M, Brno, tř. kpt. Jaroše
4. *Radek Vystavěl*, 4, Prostějov
5. *Ondřej Pokluda*, 4 M, Brno, tř. kpt. Jaroše
6. *David Krásenský*, 2 M, Brno, tř. kpt. Jaroše
7.—9. *Josef Pojsl*, 2 M, Brno, tř. kpt. Jaroše
Milan Sekanina, 4 M, Brno, tř. kpt. Jaroše
Martin Vondráček, 4 M, Brno, tř. kpt. Jaroše

Kategorie B

1. *Pavel Horák*, MF, Gottwaldov
2. *David Krásenský*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
3. *Vladimír Chvátil*, MF, Brno, Koněvova
4. *Jana Bendová*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
5.—6. *Marek Brejl*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
Eva Rohovská, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
7.—9. *Tomáš Pitner*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
Radoslav Rusina, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
Radek Vašín, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
10. *Tomáš Urbánek*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše

Kategorie C

1. *Michal Konečný*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
2.—3. *Michal Bulant*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
Bohdan Farník, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
4. *Michal Stehlík*, 8. třída, základní škola, Brno, Křídlovická

5.—7. *Jiří Kalvoda*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
Pavel Růžička, 8. třída, základní škola, Brno, Křídlovická
Radek Svoboda, Boskovice
8. *Jan Kasprzak*, M, Brno, tř. kpt. Jaroše
9.—10. *Petra Mášová*, MF, Brno, Křenová
Vít Schorm, M, Brno, tř. kpt. Jaroše

Kategorie P

1.—2. *Vladimír Chvátil*, 2, Brno, Koněvova
Marek Velešík, 3, Brno, Koněvova
3. *Miloslav Hledík*, 4, Ivančice
4. *Miloš Ondrák*, 4, Žďár n. S.
5. *Zdeněk Pavlas*, 3, Brno, tř. kpt. Jaroše
6. *Petr Kolenčík*, 2, Brno, Koněvova
7. *Martin Dlouhý*, 4, SEŠ Třebíč
8. *Radim Halíř*, 4, Brno, tř. kpt. Jaroše

Severomoravský kraj

Kategorie A

1. *Petr Hliněný*, 2 M, G M. Koperníka, Bílovec
2.—3. *Martin Kučera*, 3 M, G M. Koperníka, Bílovec
Jiří Zatloukal, 4 M, G M. Koperníka, Bílovec
4. *Radomír Měch*, 4 M, G M. Koperníka, Bílovec
5.—6. *Jan Slovák*, 4, Uničov

Zdeněk Šarman, 4 M, G M. Koperníka, Bílovec
7.—8. *Ondřej Blaha*, 4 M, G M. Koperníka, Bílovec
Radek Porazil, 4 M, G M. Koperníka, Bílovec

Kategorie B

1.—2. *Petr Hliněný*, M, G M. Koperníka, Bílovec
Aleš Kuběna, 1 M, G M. Koperníka, Bílovec
3.—5. *Jiří Běták*, M, G M. Koperníka, Bílovec
Štěpán Čábelka, M, G M. Koperníka, Bílovec,
Libor Šindlar, Nový Jičín
6.—9. *Tomáš Duraj*, SPŠE Frenštát p. R.
Martin Pavlica, M, G M. Koperníka, Bílovec
Tomáš Rosinský, SPŠE Frenštát p. R.
Luděk Vecsey, M, G M. Koperníka, Bílovec
10. *Petr Lindovský*, M, G M. Koperníka, Bílovec

Kategorie C

1. *Jiří Svoboda*, M, G M. Koperníka, Bílovec
2.—5. *Oldřich Doseděl*, M, G M. Koperníka, Bílovec
Adrian Horzyk, Český Těšín, polské G
Radim Kubacki, M, G M. Koperníka, Bílovec
Tomáš Němeček, Opava
6.—7. *Mario Boháč*, M, G M. Koperníka, Bílovec
Radek Hořenský, Olomouc, tř. J. z Poděbrad

Kategorie P

1. *Radek Porazil*, 4, G M. Koperníka, Bílovec
2. *Vladimír Stiller*, 4, G M. Koperníka, Bílovec
3. *Zdeněk Peštuka*, 4, G M. Koperníka, Bílovec
4. *Richard Vlach*, 3, Rožnov p. R.
5. *Petr Večerek*, 4, Ostrava, Šmeralova

6.—7. *Radmila Ryšková*, 4, Frýdek-Místek
David Šindler, 3, G M. Koperníka, Bílovec

8. *Michal Prokeš*, 4, Ostrava-Hrabůvka

9.—10. *Vladimír Solnický*, 4, Opava
Pavel Špatný, 4, Rožnov p. R.

Bratislava

Kategorie A

1. *Ilja Martišovitš*, 3 MF, G J. Hronca

2.—4. *Andrej Doboš*, 3 M, G A. Markuša
Pavol Gvozdjak, 4 M, G A. Markuša
Ondrej Šuch, 2 M, G A. Markuša

5. *František Komora*, 4 M, G A. Markuša

6.—7. *Tibor Bartoš*, 4 M, G A. Markuša
Robert Bodi, 4 M, G A. Markuša

8.—10. *Martin Dindoš*, 2 MF, G J. Hronca
David Pancza, 4 M, G A. Markuša
Stanislav Šimunek, 4 M, G A. Markuša

Kategorie B

1.—4. *Ján Bajcsy*, M, G A. Markuša
Martin Dindoš, MF, G J. Hronca
Pavol Ševera, M, G A. Markuša
Ondrej Šuch, M, G A. Markuša
5. *Tomáš Szalay*, M, G A. Markuša
6.—7. *Štefan Dobák*, M, G A. Markuša
Martin Pavlík, M, G A. Markuša
8.—9. *Martin Kobetič*, M, G A. Markuša
Rudolf Sedmina, MF, G J. Hronca

Kategorie C

1. *Pavol Mederly*, 8. třída, základní škola, Košická ul.
2. *Peter Kaboš*, M, G A. Markuša
3. *Matej Kordoš*, 8. třída, základní škola, Košická ul.
4.—5. *Miroslav Kočan*, MF, G J. Hronca
Kristína Kostková, MF, G J. Hronca

Kategorie P

Západoslovenský kraj

Kategorie A

1. *Juraj Šimko*, 4 MF, Nitra, Párovská
2. *Ján Trojan*, 4 MF, Nitra, Párovská

3. *Gabriel Varga*, 3, Šamorín, maď. G
4. *Katarína Kis Petiková*, 4 MF, Komárno, maď G
5. *Martin Nehéz*, 2, Levice
6. *Eva Fašangová* 3, Želiezovce, maď G
7. *Ondrej Šedivý*, 2 MF, Nitra, Párovská
8. *Ivo Kluvanec*, 2 MF, Nitra, Párovská
9. *Roman Greguš*, 4 MF, G E. Gudernu, Nitra
10. *Štefan Bakaľár*, 4, Topoľčany

Kategorie B

1. *Ondrej Šedivý*, MF, Nitra, Párovská
2.—3. *Daniel Bršel*, Hlohovec
Jozef Mičuch, SPŠE Piešťany
4. *Vladimír Králik*, Zlaté Moravce
5.—7. *Henrich Harant*, MF, Nitra, Párovská
Tomáš Hrno, MF, G E. Gudernu, Nitra
Martin Nehéz, Levice
8. *Angela Nagyová*, MF, Komárno, maď. G
9.—10. *Radovan Dermíšek*, Skalica
Gabriel Šabík, MF, Nitra, Párovská

Kategorie C

1. *Peter Šedík*, MF, Trenčín
2.—4. *Jela Abelová*, MF, Trenčín
Marián Mrva, Šaľa
Mária Ondrušková, Trenčín

5. *Pavol Čechvala*, Piešťany
6.—9. *Ignác Bugár*, Galanta, maď. G
Jana Dolníková, Hlohovec
Tatiana Halabrinová, G E. Gudernu, Nitra
Vladimír Kulich, Trnava

Kategorie P

1. *Andrej Lúčny*, 3, Piešťany
2.—3. *Jozef Sklenár*, 2, Piešťany
Juraj Šimko, 4, Nitra, Párovská
4.—5. *Viktor Bódi*, 4, G E. Gudernu, Nitra
Jozef Gerhát, 3, Topoľčany
6. *Drahoslav Ondruška*, 4, G E. Gudernu, Nitra
7.—8. *Silvia Černušková*, 4, Trnava
Marián Jamriška, 4, G E. Gudernu, Nitra

Středoslovenský kraj

Kategorie A

1. *Vladimír Šošovička*, 4 M, Žilina, V. Okružná
2. *Dalibor Jakuš*, 4 M, Žilina, V. Okružná
3.—4. *Peter Botek*, 4 M, Žilina, V. Okružná
Peter Oravec, 4 M, Žilina, V. Okružná
5.—6. *Róbert Mitka*, 3 M, Žilina, V. Okružná
Jozef Skokan, 2 M, Žilina, V. Okružná
7. *Jozef Saniga*, 4 M, Žilina, V. Okružná

Kategorie B

1. *Jozef Skokan*, M, Žilina, V. Okružná
2. *Eduard Omasta*, Ružomberok
3. *Stanislav Ťažiar*, MF, Prievidza
4. *Martin Pavlenda*, MF, Banská Bystrica, Tajovského

5.—7. *Juraj Kodýdek*, MF, Banská Bystrica, Tajovského
Pavol Rafaj, MF, Banská Bystrica, Tajovského
Peter Vanoch, M, Žilina, V. Okružná

8. *Peter Mičúch*, Žilina, Wolkerova

Kategorie C

1. *Šimon Malý*, Žiar n. H.
2. *Juraj Lorinc*, Banská Bystrica, Tajovského
3. *Ružena Zimanová*, MF, Prievidza

4.—10. *Roland Cagáň*, M, Žilina, V. Okružná
Karol Dókuš, Banská Bystrica, Tajovského
Radoslav Harman, Liptovský Hrádok
Peter Malčovský, MF, Prievidza
Roman Tlsták, MF, Liptovský Mikuláš
Valerián Valášek, Banská Bystrica, Tajovského
Peter Višňovský, MF, Martin

Kategorie P

1. *Jozef Gemela*, 4, Prievidza
2. *Gregor Rayman*, 3, Žilina, Wolkerova

3. *Jozef Saniga*, 4, Žilina, V. Okružná
4. *Dalibor Jakuš*, 4, Žilina, V. Okružná
5. *Eduard Omasta*, 4, Ružomberok
6.—7. *Martin Bubniak*, 4, Banská Bystrica, Tajovského
Robert Hagara, 3, Prievidza
8. *Marian Kollarik*, 1, Banská Bystrica, Tajovského
9. *Michal Hrabovec*, 3, Žilina, Wolkerova

Východoslovenský kraj

Kategorie A

1. *Stanislav Krajči*, 4 M, Košice, Šmeralova
2. *Vladimír Komár*, 2 M, Košice, Šmeralova
3. *Peter Eliáš*, 4, Prešov, Konštantínova
4.—6. *Zdeno Kálnassy*, 4, Prešov, Konštantínova
Vladimír Korba, 4, SPŠE Prešov
Maroš Rusňák, 3 M, Košice, Šmeralova
7. *Roman Vávra*, 4, Rožňava
8.—10. *Peter Fúsek*, 3, Poprad, Leninovo nábr.
Rudolf Krejči, 4, Poprad, Leninovo nábr.
Slavomír Onderko, 4, Michalovce

Kategorie B

1. *Vladimír Skalský*, Prešov, T. Ševčenka
2.—3. *Slavomír Gmitro*, Prešov, Konštantínova
Vladimír Komár, M, Košice, Šmeralova

4. *Martin Tomko*, Košice, Šrobárova
5.—6. *Miroslav Bobovský*, SPŠ Poprad
Peter Haluška, M, Košice, Šmeralova
7.—10. *Rastislav Hagovský*, Spišská Nová Ves
Radoslav Jenčuš, M, Košice, Šmeralova
Marek Kolesár, Košice, Šrobárova
Martin Mrva, Prešov, T. Ševčenka

Kategorie C

1. *Marián Raučina*, Poprad, Zápotockého
2. *Peter Varga*, Košice, Šrobárova
3.—8. *Michaela Bodnárová*, Košice, Šrobárova
Zuzana Horváthová, Prešov, T. Ševčenka
Slavomír Hrinko, Prešov, Konštantínova
Martin Kalovec, Poprad, Zápotockého
Vladimír Koťo, Snina
Ľubomír Kušnír, Prešov, T. Ševčenka

Kategorie P

1. *Róbert Mráz*, 4, Poprad
2. *Marek Bednár*, 2, Košice, Trebišovská
3. *Alena Murová*, 4, Košice, Opatovská
4. *Slavomír Hrinko*, 1, Prešov, Konštantínova

Hodnocení 37. ročníku matematické olympiády na středních školách

Počtem účastníků se tento ročník jen málo lišil od předcházejících. Ve všech kategoriích se MO zúčastnilo 9 500 středoškoláků, z toho přes 300 v kategorii P zaměřené na programování. Porovnávat úspěšnost v jednotlivých kategoriích s odpovídajícími údaji předcházejících let je velmi problematické, asi jako bychom porovnávali dosažené časy v různých závodech přespolního běhu. Tak jak tady závisí čas hlavně na výběru tratě, jsou výsledky v MO závislé na výběru úloh. V každém případě však můžeme s potěšením konstatovat, že úspěšnost v II. kole 37. ročníku MO kategorií A, B, C, P byla přes 30 % proti 12 % roku předcházejícího. Podle hodnocení krajských výborů MO k tomu přispěl lepší výběr úloh lépe odpovídající osnovám, a tedy znalostem žáků, a také nově zavedený způsob bodování. Spočíval v tom, že všechny 4 úlohy II. kola byly rovnocenné a žáci si nevybírali 3. úlohu ze dvou variant. Přitom úspěšným řešitelem se stal ten soutěžící, který získal více bodů než byla polovina plného počtu bodů za tři úlohy. Tento systém se osvědčil, bude se používat i v dalších ročnících MO.

V celostátním kole jsou úlohy náročnější, v kategorii A se jevila nejtěžší úloha čtvrtá, ze sedmi možných bodů byl průměrný výsledek pouze 0,44 bodu. Nejlehčí byla úloha první s průměrným ziskem 4,94 bodu, přičemž každý z prvních 28 účastníků ji vyřešil na plný počet, tj. 7 bodů. Z celkového počtu 80 účastníků bylo přes 70 % z tříd gymnázií se studijním zaměřením 01 Matematika. Svědčí to o dobrém výběru těch nejlepších žáků do těchto tříd, na druhé straně je dobře, že i žáci ostatních tříd se dovedou prosadit a zařadit se nejen do celostátního kola MO, ale i mezi jeho vítěze.

Domníváme se, že matematická olympiáda i v 37. ročníku splnila cíl daný jí organizačním řádem - prohloubit a rozšířit vědomosti a dovednosti žáků v matematice, pomáhat rozvíjet schopnosti a nadání žáků, vést je k samostatné tvůrčí práci. Zvláště se slibným rozvojem kategorie P vystupuje do popředí úloha MO při rozvoji algoritmického myšlení a orientace středoškoláků na uplatnění matematiky v různých oborech, především technických.

TEXTY ÚLOH KATEGORIÍ A, B, C A KORESPONDENČNÍHO SEMINÁŘE

Kategorie C

C - I

1. Označme $\mathsf{A} = \{0, 1, 2\}$. Najděte všechny trojice reálných čísel a, b, c ($c \neq 0$), pro které platí

$$x \in \mathsf{A} \text{ a } y \in \mathsf{A} \Rightarrow ax + by + cxy \in \mathsf{A}\,.$$

2. Pro která přirozená čísla n je číslo $n^2 + 5n + 8$ dělitelné číslem 49?

3. Jsou-li p, q, pq a $p + q$ délky stran čtyřúhelníku, kde $p \geqq 3$, $q \geqq 3$ jsou přirozená čísla, pak jedna z jeho úhlopříček má délku menší než 11. Dokažte.

4. Je dán pravidelný trojboký hranol $ABCA'B'C'$ s podstavnou hranou délky a a výškou v. Označme S střed stěny $BCC'B'$ a K, L ty body na hranách BB', CC', pro něž jsou lomené čáry AKS a ALS nejkratší. Vypočítejte poměr objemů jehlanu $AKLS$ a daného hranolu.

5. Ve volejbalovém turnaji se utkalo $n \geqq 3$ družstev. Dokažte, že existuje takové družstvo A, že ke každému jinému družstvu B najdeme třetí družstvo C tak, že ve vzájemných zápasech družstev A, B, C vyhrálo A aspoň jednou a družstvo B nejvýše jednou.

6. V pravidelném devítiúhelníku $ABCDEFGHI$ označme K, L, M průsečíky dvojic přímek AD a CG, BF a CG, AD a BF. Najděte 18 různých trojúhelníků podobných s trojúhelníkem KLM, jejichž všechny vrcholy jsou vrcholy daného devítiúhelníku.

C - S

1. Výpočtem ověřte, že délka strany pravidelného dvanáctiúhelníku vepsaného kružnici o poloměru 2 je $\sqrt{6} - \sqrt{2}$.

2. Najděte všechna čtyřciferná čísla končící číslicí 9, která jsou dělitelná každou svou číslicí.

3. V tenisovém klubu se hrál turnaj tak, že hráč, který dvakrát prohrál, byl vyřazen. Po 45. zápase zbyl jediný hráč - - vítěz turnaje. Mohl vítěz projít turnajem bez porážky? Kolik bylo účastníků turnaje?

C - II

1. Jarda napsal na tabuli čtyři přirozená čísla. Součet prvních dvou byl 707, součet druhého a třetího byl 700, třetího a čtvrtého 689. Určete
   a) součet prvního a čtvrtého čísla,
   b) nejmenší možnou hodnotu prvního čísla.

2. V daném lichoběžníku určete takový bod, jehož spojnice se středy stran rozdělí lichoběžník na čtyři čtyřúhelníky stejného obsahu.

3. Je dáno čtyřciferné číslo A. Zaměníme-li v čísle A první

číslici s poslední, dostaneme čtyřciferné číslo B. Největším společným dělitelem čísel A, B je číslo 63. Určete čísla A, B.

4. Do kružnice k je vepsán pětiúhelník $ABCDE$ tak, že $AB \parallel DE$ a $AE \parallel BC$. Dokažte, že tečna kružnice k v bodě A je rovnoběžná s přímkou CD.

Kategorie B

B - I

1. Jaký největší počet figurek lze na šachovnici $n \times n$ rozmístit tak, aby žádné dvě nesousedily? (Za sousední považujeme ta políčka, která mají společný alespoň jeden vrchol.)

2. Dokažte, že polynom

$$P_n(x) = x^{(2n)^2} - x^{(2n-1)^2} + x^{(2n-2)^2} - x^{(2n-3)^2} + \ldots$$
$$\ldots + x^4 - x + 1$$

nemá reálný kořen pro žádné přirozené číslo n.

3. Rozhodněte, zda existuje nenulové zobrazení F množiny mřížových bodů v rovině (tj. bodů s celočíselnými souřadnicemi) do množiny reálných čísel takové, že pro každý pravoúhlý trojúhelník ABC s vrcholy v mřížových bodech a odvěsnami délky 1 platí

$$F(A) + F(B) + F(C) = 0. \tag{1}$$

Existuje takové zobrazení F, požadujeme-li, aby rovnost (1) platila pouze pro takové pravoúhlé trojúhelníky ABC, jejichž osa pravého úhlu je rovnoběžná s osou prvního kvadrantu?

4. Vyjádřete součet čtverců délek tělesových úhlopříček rovnoběžnostěnu pomocí délek jeho hran.

5. Uvažujme řez krychle $ABCDA'B'C'D'$ o hraně délky a rovinou, která je kolmá k úhlopříčce AC' a prochází bo-

dem K hrany $A'B'$, přičemž $|A'K| = t$. Spočtěte obvod o a obsah P řezu a zjistěte, pro které hodnoty $t \in \langle 0, a \rangle$ nabývá funkce P maximum a minimum.

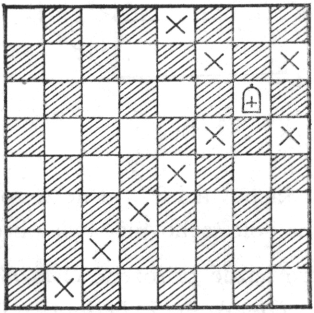
6. Posloupnost (x_n) je definována rekurentně vztahy

$$x_{n+2} = \frac{1 - x_n x_{n+1}}{2 - x_n - x_{n+1}}, \quad x_1 = x_2 = 0 .$$

Ukažte, že pro každé přirozené číslo n, $n \geqq 3$ je $0 < x_n < 1$.

B - S

1. Na obrázku 1 je šachovnice 8×8 s jedním střelcem. Rozmístěte na ni dalších sedm střelců tak, aby každé neobsazené pole šachovnice bylo ohroženo některým ze střelců. (Například střelec na obrázku ohrožuje všechna pole označená $\times$.)



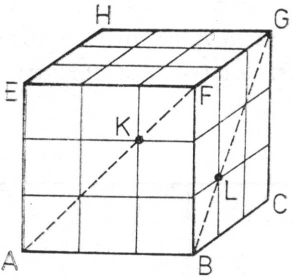
Obr. 1

2. Nechť a, b jsou reálná čísla. Jestliže pro každé celé kladné číslo x je číslo $ax^{1988} + b$ celé, jsou i čísla a, b celá. Dokažte.

3. Je dána krychle $ABCDEFGH$ o hraně délky 2. Pro $t \in \langle 0, 1 \rangle$ označme P_t bod hrany EF takový, že $|EP_t| = t$. Určete obsah řezu dané krychle rovinou procházející bodem P_t a rovnoběžnou s rovinou BGP_1.

B - II

1. Krychle $ABCDEFGH$ o hraně délky 3 je rozdělena na 27 krychliček o hraně 1 (obr. 2). Ukažte, že přímka KL je kolmá na stěnové úhlopříčky AF a BG.



Obr. 2

2. Dokažte, že na šachovnici 8×8 nelze rozmístit 7 střelců tak, aby všechna pole šachovnice byla ohrožena.

3. Dokažte, že pro každé přirozené číslo n ($n \geqq 1$) existuje polynom f stupně n takový, že hodnoty $f(1), f(2), \ldots, f(n)$, $f(n+2)$ jsou celá čísla a číslo $f(n+1)$ není celé.

4. Na rovnoběžných hranách AA', BB', CC' kolmého trojbokého hranolu $ABCA'B'C'$ jsou zvoleny po řadě body K, L, M. Vyjádřete objem tělesa $ABCKLM$ pomocí obsahu S trojúhelníku ABC a délek p, q, r úseček AK, BL, CM.

Kategorie A

A - I

1. Najděte mnohočlen nejmenšího stupně s racionálními koeficienty, který má kořen $\sqrt[1987]{2}$.

2. Dokažte, že střed kulové plochy opsané pravidelnému čtyřstěnu má ze všech bodů prostoru nejmenší součet vzdáleností od jednotlivých vrcholů čtyřstěnu.

3. Předpokládejme, že každý bod roviny je obarven jednou ze dvou barev. Dokažte, že v této rovině existuje rovnostranný trojúhelník, jehož vrcholy jsou obarveny stejnou barvou.

4. Označme P, Q středy stran BC, CA trojúhelníku ABC a T jeho těžiště. Dokažte, že trojúhelník ABC je rovnoramenný se základnou AB, právě když je čtyřúhelník $TPCQ$ tečnový.

5. Přiřaďme každé dvojici přirozených čísel (x, y) reálné číslo $f(x, y) \geqq 1$. Pak pro libovolné přirozené číslo k existují přirozená čísla m, n taková, že
$$m + n \geqq k \text{ a } f(m, n) < f(m + 1, n) + f(m, n + 1)\,.$$
Dokažte.

6. Zjistěte, zda existuje přirozené číslo, jehož dekadický zápis má 23 číslice a které není dělitelné 11, ani když změníme libovolnou z jeho číslic.

A - S

1. Určete nejmenší číslo r, pro které je možno čtverec o straně 10 pokrýt dvěma shodnými kruhy o poloměru r.

2. Určete všechna přirozená čísla n ($n \geqq 2$), pro která má rovnice

$$x^n - 4x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + 1 = 0$$

s reálnými koeficienty všechny kořeny reálné a nezáporné.

3. V prostoru jsou dány body A, P, Q, které neleží na přímce. Popište konstrukci krychle $ABCDEFGH$ takové, že polopřímka AG prochází bodem P a polopřímka BH prochází bodem Q. Najděte podmínky řešitelnosti.

A - II

1. Jestliže čtyři shodné kruhy o poloměru r pokrývají jednotkový čtverec, je $r \geqq \frac{\sqrt{2}}{4}$. Dokažte.

   Zjistěte, zda lze jednotkový čtverec pokrýt pěti shodnými kruhy o poloměru menším než $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

2. Najděte všechna komplexní čísla a, b, pro která má rovnice

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + ax + b = 0$$

v oboru komplexních čísel jen reálné kořeny.

3. V prostoru jsou dány dva různé body P, Q a rovina δ. Popište konstrukci pravidelného čtyřstěnu $ABCD$, jehož

hrana AB leží na úsečce PQ, vrchol D leží v rovině δ, $|\sphericalangle APD| = 30°$ a $|\sphericalangle BQD| = 45°$. Proveďte diskusi.

4. Je dáno přirozené číslo n. Jaké největší hodnoty může nabýt součet

$$|p(1) - 1| + |p(2) - 2| + \ldots + |p(n) - n|,$$

je-li p prosté zobrazení množiny $\{1, 2, \ldots, n\}$ na sebe?

A - III

1. Nechť f je zobrazení množiny $\mathsf{M} = \{1, 2, \ldots, 1988\}$ do M. Pro libovolné přirozené n položme $x_1 = f(1)$, $x_{n+1} = f(x_n)$. Zjistěte, zda existuje takové m, že $x_{2m} = x_m$.

2. Jestliže pro koeficienty rovnice

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0,$$

jejíž všechny kořeny jsou reálné, platí $a^2 = 2(b + 1)$, potom $|a - c| \leqq 2$. Dokažte.

3. Je dán čtyřstěn $ABCD$ s hranami $|AD| = |BC| = a$, $|AC| = |BD| = b$, $|AB| = c$, $|CD| = d$. Určete nejmenší hodnotu součtu $|AX| + |BX| + |CX| + |DX|$, kde X je libovolný bod prostoru.

4. Dokažte, že každé z čísel $1, 2, 3, \ldots, 2^n$ lze zapsat jednou ze dvou barev (červenou a modrou) tak, že žádná nekonstantní $2n$-členná aritmetická posloupnost vybraná z těchto čísel není jednobarevná.

5. Najděte všechna čísla $a \in (-2, 2)$, pro která je mnohočlen $x^{154} - ax^{77} + 1$ násobkem mnohočlenu $x^{14} - ax^7 + 1$.

6. V trojúhelníku $A_1A_2A_3$ se stranami a_1, a_2, a_3 jsou dány tři body, které označíme P_1, P_2, P_3 tak, aby součin jejich vzdáleností od odpovídajících stran a_1, a_2, a_3 byl co největší. Dokažte, že trojúhelníky $P_1A_2A_3$, $A_1P_2A_3$, $A_1A_2P_3$ pokrývají trojúhelník $A_1A_2A_3$.

Korespondenční seminář ÚV MO

1. Řešte rovnici

$$\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{1+x} = p\,,$$

kde p je reálný parametr.

2. a) Označme E, F, G body na stranách AB, BC, CA trojúhelníku ABC, pro něž platí

$$\frac{|AE|}{|EB|} = \frac{|BF|}{|FC|} = \frac{|CG|}{|GA|} = k\,, \qquad 0 < k < 1\,.$$

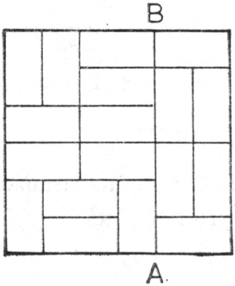
Najděte poměr obsahu trojúhelníku KLM určeného přímkami AF, BG, CE a obsahu trojúhelníku ABC.

b) Rozdělte daný trojúhelník šesti přímkami na takové části, z nichž by bylo možno složit sedm shodných trojúhelníků.

3. Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu A. Označme D patu výšky z vrcholu A a sestrojme kružnici k se středem L nad průměrem AD. Průsečíky kružnice k s odvěsnami AB a AC označme K, M. Určete úhly trojúhelníku ABC, víte-li, že délky úseček AK, AL, AM tvoří geometrickou posloupnost.

4. Uvažujme okraj čtvercové šachovnice $n \times n$ o šířce dvou polí. Dokažte, že lze $8(n-2)$ polí tohoto okraje obejít šachovým koněm, právě když $n-1$ je dělitelné čtyřmi.

5. Je možné 18 dominových kostek o rozměru 2×1 složit do čtverce tak, aby nevznikl žádný šev spojující protější strany čtverce a jdoucí po hranách kostek? (Např. uspořádání na obr. 3 se nehodí, neboť obsahuje šev AB.)



Obr. 3

6. Devatenáctistěnu je vepsána koule o poloměru 10. Dokažte, že na jeho povrchu existují dva body, jejichž vzdálenost je větší než 21.

7. Uvažujme nekonečný list čtverečkovaného papíru. V každém čtverečku je napsáno číslo, přičemž součet čísel v libovolném čtverci, jehož strany leží na přímkách čtvercové sítě, v absolutní hodnotě není větší než 1. Dokažte, že existuje takové číslo c, že součet čísel v libovolném pravoúhelníku, jehož strany leží na přímkách dané sítě, je nejvýše c.

Dokažte, že uvedené tvrzení platí pro $c = 4$. Může být $c = 3$ nebo $c = 2$?

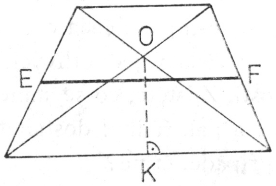
8. V každé ze tří nádob je celočíselný počet litrů vody. Do kterékoli nádoby je dovoleno přelít stejné množství vody, které již v nádobě je, z jiné nádoby. Dokažte, že pomocí takových přelévání můžete jednu z nádob vyprázdnit. (Nádoby jsou dostatečně velké, do každé se vejde celé množství použité vody.)

9. Obdélníková tabulka s m řádky a n sloupci je vyplněna čísly. Srovnejme čísla v každém řádku podle velikosti. Dokažte, že srovnáte-li pak i čísla v každém sloupci podle velikosti, budou i čísla v jednotlivých řádcích srovnána zas podle velikosti. Zjistěte, co se stane, budete-li rovnat nejdříve sloupce a pak řádky: dostanete stejnou tabulku jako v prvním případě, či ne?

10. V tabulce $m \times n$ jsou zapsána čísla tak, že v libovolném pravoúhelníku (tvořeném dvěma řádky a dvěma sloupci tabulky) jsou součty čísel v protějších vrcholech stejné. Část čísel byla smazána, přesto ale bylo možno tabulku jednoznačně doplnit. Dokažte, že v tabulce zůstalo aspoň $n + m - 1$ čísel.

11. Dva hráči hrají »piškvorky« na neohraničeném listu čtverečkovaného papíru podle následujících pravidel. První udělá křížek do libovolného čtverečku. V každém dalším tahu pak dělá křížek do libovolného volného políčka, které sousedí s jedním z políček, na němž už je křížek (sousední políčka jsou ta, která mají společný aspoň jeden vrchol). Druhý hráč udělá v každém svém tahu tři kolečka do libovolných tří volných políček. Dokažte, že ať hraje první hráč jakkoli, druhý ho může »zavřít«, tj. může dosáhnout toho, že první hráč nebude mít kam dát křížek.

12. Na tabuli byl narýsován lichoběžník se střední příčkou EF a kolmicí OK z průsečíku O úhlopříček na větší základnu (obr. 4). Pak byl lichoběžník smazán. Jak lze znovu sestrojit původní lichoběžník ze zachovaných úseček EF, OK?



Obr. 4

13. Je dáno $2n + 1$ kladných čísel takových, že rozdíl mezi součtem libovolných $n + 1$ daných čísel a součtem zbylých n čísel je kladný. Dokažte, že pro součin B všech $\binom{2n+1}{n+1}$ takových rozdílů a součin A všech $2n + 1$ daných čísel platí

$$B^n \leqq A^{\binom{2n}{n-1}}.$$

14. Je dán konvexní n-úhelník M. Pro mnohoúhelník s vrcholy ve středech stran mnohoúhelníku M platí, že jeho obvod není menší než polovina obvodu M (pro $n \geqq 3$)

a jeho obsah není menší než polovina obsahu M (pro $n \geqq 4$). Dokažte.

15. a) Vrcholu A_1 pravidelného dvanáctiúhelníku $A_1A_2 \ldots$ $\ldots A_{12}$ je připsáno znaménko —, v ostatních vrcholech je +. Je dovoleno změnit znaménko na opačné v libovolných šesti po sobě jdoucích vrcholech daného mnohoúhelníku. Dokažte, že ani po několika takových operacích nelze dojít k tomu, že by ve vrcholu A_2 bylo minus a v ostatních vrcholech plus.

b) Dokažte totéž tvrzení, je-li dovoleno měnit současně znaménka ne v šesti, ale ve čtyřech po sobě jdoucích vrcholech.

c) Dokažte totéž tvrzení, je-li dovoleno měnit současně znaménka ve třech po sobě jdoucích vrcholech.

16. Jestliže ke každé stěně daného konvexního mnohostěnu sestrojíme v některém jejím bodě vektor k ní kolmý, který bude směřovat ven z tělesa a jehož velikost bude rovna obsahu příslušné stěny, pak bude součet všech takovýchto vektorů roven nule. Dokažte.

17. Dokažte, že pro libovolných n reálných čísel $a_1, a_2, \ldots,$ a_n existuje takové přirozené číslo $k \leqq n$, že každé z k čísel $a_k, \frac{1}{2}(a_{k-1} + a_k), \frac{1}{3}(a_{k-2} + a_{k-1} + a_k), \ldots, \frac{1}{k}(a_1 +$ $+ a_2 + \ldots + a_k)$ je nejvýše rovno číslu $\frac{1}{n}(a_1 + a_2 +$ $+ \ldots + a_n)$.

18. Množina přirozených čísel má následující vlastnost: ani jedno z čísel množiny nedělí jiné, ale mezi libovolnými třemi čísly vždy některé dělí součet ostatních dvou. Jaký je největší možný počet prvků takové množiny? Jaký je největší možný počet prvků takové množiny, požadujeme-li navíc, aby to byla lichá čísla?

19. Je dáno n reálných čísel $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rozmístěných na kružnici, přičemž $|x_i| = 1$ $(1 \leqq i \leqq n)$ a pro každé $k \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$ jsou součty n součinů všech dvojic čísel vzdálených od sebe k míst vždy nulové $(x_{n+i} = x_i)$:

$$x_1x_{1+k} + x_2x_{2+k} + \ldots + x_nx_k = 0$$

Dokažte, že n je čtvercem celého čísla. Čtveřice $-1, 1, 1, 1$ je příkladem takových čísel pro $n = 4$. Existuje taková n-tice pro $n = 16$? Pro jaká n taková n-tice existuje?

20. Dokažte, že pro každé přirozené $n > 1$ platí

$$\sin x \sin\left(x + \frac{\pi}{n}\right) \sin\left(x + \frac{2\pi}{n}\right) \ldots \sin\left(x + \frac{n-1}{n}\pi\right) = $$
$$= c_n \sin nx\,,$$

kde c_n je nějaké číslo závislé na n. Najděte c_n.

21. S daným přirozeným číslem budeme provádět následující operace:

A) připíšeme k němu číslici 4;

B) připíšeme k němu číslici 0;

C) vydělíme ho číslem 2 (je-li sudé).

Provedeme-li např. s číslem 4 postupně operace C, C, A a B, dostaneme číslo 140. Jak dostaneme pomocí operací A, B, C z čísla 4 číslo 1988? Dokažte, že z čísla 4 lze popsaným způsobem dostat libovolné přirozené číslo.

22. Najděte všechna přirozená čísla m, pro něž

$$1!.3!.5!\ldots(2m-1)! = \left(\frac{m(m+1)}{2}\right)!\,.$$

23. Je dán trojúhelník ABC a kladná čísla p, q. Uvnitř daného trojúhelníku najděte bod O s následující vlastností: pro libovolnou přímku procházející bodem O a protínající strany AB a BC v bodech K, L platí

$$p\frac{|AK|}{|KB|} + q\frac{|CL|}{|LB|} = 1\,.$$

24. Označme $s(n)$ ciferný součet přirozeného čísla n (v desítkové soustavě). Přirozené číslo m nazveme »zvláštní«, jestliže je nemůžeme vyjádřit ve tvaru $m = n + s(n)$ pro nějaké přirozené n. Existuje zvláštních čísel jen konečně mnoho?

25. Sestrojíme-li v tětivovém čtyřúhelníku osy úhlů sevřených jeho prodlouženými protějšími stranami, jsou jejich průsečíky se stranami čtyřúhelníku vrcholy kosočtverce. Dokažte.

26. Pomocí čísel 1, 2, ..., k utvořme množinu M všech uspořádaných n-tic $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ (je jich k^n). Uvažujme dvě podmnožiny P, Q množiny M, pro které platí: Je-li $(p_1, p_2, \ldots, p_n) \in \mathsf{P}$ a $(q_1, q_2, \ldots, q_n) \in \mathsf{Q}$, je $p_i = q_i$ pro aspoň jedno $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Dokažte, že jedna z množin P nebo Q má nejvýše k^{n-1} prvků.

27. Najděte nutnou a postačující podmínku pro čísla a, b, α, β, aby šlo obdélník $a \times b$ rozřezat na obdélníky $\alpha \times \beta$.

28. Dva hrají následující hru: Jeden postupně volí číslici, kterou druhý zapíše na místo jedné hvězdičky v následujícím rozdílu

$$\begin{array}{r} \star\ \star\ \star\ \star \\ -\ \star\ \star\ \star\ \star \\ \hline \end{array}$$

atd., celkem osmkrát. Ten, který určuje číslice, se snaží, aby byl rozdíl co největší, druhý zas, aby byl co nejmenší. Dokažte, že:

a) druhý může umísťovat číslice tak, aby vzniklý rozdíl nebyl větší než 4 000 bez ohledu na to, jaké číslice volí první hráč;

b) první může volit číslice tak, aby rozdíl nebyl menší než 4 000 bez ohledu na to, kam je druhý umístí.

29. Najděte poměr velikostí stran trojúhelníku, jehož jedna těžnice je vepsanou kružnicí rozdělena na tři stejné části.

30. Nechť a, b jsou celá čísla. Pro jaká a, b lze rozdělit napůl $a + b$ litrů mléka, máme-li jen nádoby o objemu a, b, $a + b$ litrů?

31. A se zavazuje platit B průměrně $\sqrt{2}$ korun za den. Domluvili se, že n-tý den dostane B celé číslo a_n korun ($a_n \in \{1, 2\}$) tak, aby celková suma po n dnech (tj. $a_1 + a_2 + \ldots + a_n$) byla co nejblíže číslu $n\sqrt{2}$ (např. $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_3 = 1$). Dokažte, že posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ není periodická.

32. Nechť a, b, m, n jsou přirozená čísla, přičemž a, b jsou nesoudělná a $a > 1$. Dokažte, že pokud $a^n + b^n$ dělí $a^m + b^m$, pak n dělí m.

33. Jestliže součet n kladných čísel $x_1, x_2, \ldots, x_n$ je 1, označme S největší z čísel

$$\frac{x_1}{1 + x_1}, \frac{x_2}{1 + x_1 + x_2}, \ldots, \frac{x_n}{1 + x_1 + \ldots + x_n}.$$

Najděte nejmenší možnou hodnotu S. Pro jaká čísla $x_1, x_2, \ldots, x_n$ se nabývá?

34. Je možno rozestavit číslice 0, 1, 2 na pole čtverečkovaného papíru o rozměrech 100×100 tak, aby v každém pravoúhelníku 3×4 čtverečky byly tři nuly, čtyři jedničky a pět dvojek?

35. Po skončení hokejového turnaje (jednokolově každý s každým) se ukázalo, že pro libovolnou skupinu mužstev existuje mužstvo, které v zápasech s mužstvy zvolené skupiny získalo lichý počet bodů. Dokažte, že v turnaji hrál sudý počet mužstev.