56. ročník matematické olympiády na středních školách

Kategorie Z6

In: Karel Horák (editor); Martin Mareš (editor); Peter Novotný (editor); Jaromír Šimša (editor); Jaroslav Švrček (editor); Pavel Töpfer (editor): 56. ročník matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 2006/2007. 48. mezinárodní matematická olympiáda. 19. mezinárodní olympiáda v informatice. (Czech). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2008. pp. 112–114.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/405133

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://dml.cz

Kategorie Z6

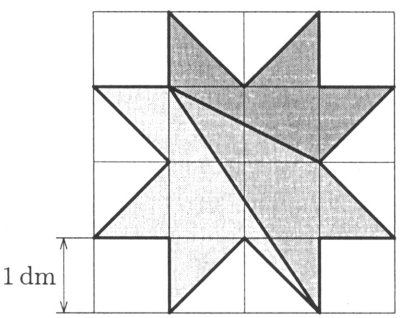
Texty úloh

Z6 – I – 1

Lukáš natíral laťkový plot. Každých 10 minut natřel 8 latěk. Jeho mladší bratr Ondra mu chvilku pomáhal, takže byl Lukáš hotov o čtvrt hodiny dříve, než předpokládal. Jak dlouho mu Ondra pomáhal, když natřel každých 7 minut 4 laťky? (*M. Raabová*)

Z6 – I – 2

Hvězda na obr. 34 je rozdělena dvěma úsečkami na tři díly. Zjisti obsah každého z nich. (*L. Šimůnek*)



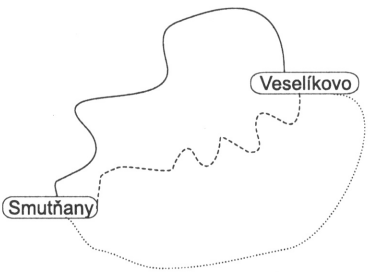
Obr. 34

Z6 – I – 3

Vícemístné číslo se nazývá *optimistické*, jestliže jeho číslice zleva doprava rostou. Jestliže číslice čísla zleva doprava klesají, říkáme, že je to číslo *pesimistické*. Součet sedmimístného pesimistického a sedmimístného optimistického čísla složených z týchž číslic je 11 001 000. Které číslice jsme použili na zápis těchto dvou čísel? (*S. Bednářová*)

Z6 – I – 4

Ze Smutňan do Veselíkova vedou tři cesty. Ta, která je na mapě (obr. 35) vyznačena plnou čarou, měří 40 km, nejvyšší povolená rychlost je na ní



Obr. 35

80 km/h a vybírá se na ní mýtné 50 Kč. Čárkovaná cesta je dlouhá 35 km, nejvyšší povolená rychlost je na ní 60 km/h a mýtné je 150 Kč. Na tečkované cestě, která je dlouhá 45 km, se vybírá mýtné 100 Kč a nejvyšší povolená rychlost je 100 km/h. Strýček Uspěchaný a tetička Spořivá se chtějí dostat ze Smutňan do Veselíkova, strýček co nejdříve, tetička co nejlevněji. Oba si zavolali taxi, jehož řidiči si účtují 15 Kč za kilometr cesty a zaplacení mýtného.

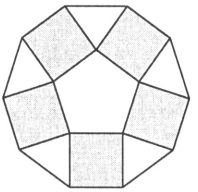
1. Kterou cestu má vybrat taxikář strýčka Uspěchaného?
2. Kterou cestu má vybrat taxikář tetičky Spořivé?
3. O kolik minut bude kratší cesta strýčka Uspěchaného v porovnání s cestou tetičky?
4. O kolik korun zaplatí strýček víc než tetička? (*S. Bednářová*)

Z6 – I – 5

Naše třída plánovala turistický výlet. Jednotlivé skupiny myslely, že jeho délka bude 28, 16, 32, 37 a 15 kilometrů. Spletly se ale o 5, 7, 8, 9 a 14 kilometrů. Jak dlouhý byl výlet? (*M. Volfová*)

Z6 – I – 6

Ze shodných čtverců a rovnoramenných trojúhelníků jsme složili (bez překrývání) útvar znázorněný na obr. 36. Zjisti velikosti vnitřních úhlů těchto rovnoramenných trojúhelníků. (*S. Bednářová*)



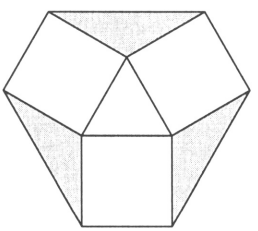
Obr. 36

Z6 – II – 1

Ze tří shodných šedivých trojúhelníků a tří shodných čtverců jsme složili (bez překrývání) útvar znázorněný na obrázku. V jeho středu se nachází trojúhelníkový otvor s obsahem $2\,\mathrm{cm}^2$.

a) Zjisti velikost vnitřních úhlů šedivého trojúhelníku.

b) Jaký je obsah šedivé plochy na obr. 37? (*S. Bednářová*)



Obr. 37

Z6 – II – 2

Čtvrtina žáků třídy jsou neplavci. Polovina neplavců se přihlásila do plaveckého kurzu. Čtyři neplavci se do kurzu nepřihlásili. Kolik žáků ve třídě umí plavat a kolik je celkem ve třídě žáků? (*S. Bodláková*)

Z6 – II – 3

Vícemístné číslo se nazývá *optimistické*, pokud jeho číslice zleva doprava rostou. Pokud číslice čísla zleva doprava klesají, říkáme, že je to číslo *pesimistické*. Najdi všechna optimistická čísla, pro která současně platí:

- ▷ aritmetický průměr číslic daného čísla je 7,
- ▷ pokud v tomto čísle vyměníme první číslici s poslední, dostaneme pesimistické číslo. (*S. Bednářová*)