59. ročník matematické olympiády na středních školách

Kategorie Z5

In: Zdeněk Dvořák (editor); Karel Horák (editor); Daniel Kráľ (editor); Peter Novotný (editor); Martin Panák (editor); Jaromír Šimša (editor); Jaroslav Švrček (editor); Pavel Töpfer (editor): 59. ročník matematické olympiády na středních školách. Zpráva o řešení úloh ze soutěže konané ve školním roce 2009/2010. 51. mezinárodní matematická olympiáda. 22. mezinárodní olympiáda v informatice. (Czech). Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2012. pp. 121–124.

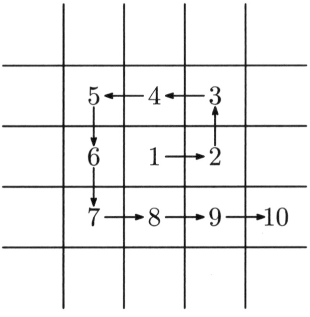
Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/405195`

Kategorie Z5

Texty úloh

Z5 – I – 1

Housenka Leona spadla doprostřed čtvercové sítě. Rozhodla se, že poleze „do spirály“ tak, jak je naznačeno na obr. 35; na žádném čtverečku nebude dvakrát a žádný čtvereček nevynechá.



Obr. 35

Z prvního čtverečku na druhý lezla směrem na východ, z druhého na třetí směrem na sever, ze třetího na čtvrtý směrem na západ, ze čtvrtého na pátý rovněž na západ, z pátého na šestý na jih… Kterým směrem lezla z 81. na 82. čtvereček? (*M. Petrová*)

Z5 – I – 2

Míša si z papíru vystřihla dva stejné čtverce, jeden obdélník o rozměrech $10\,\text{cm} \times 24\,\text{cm}$ a ještě jeden obdélník. Jaké rozměry mohl mít tento obdélník, pokud šlo ze všech čtyř útvarů složit čtverec, aniž by se jednotlivé díly překrývaly? Takových obdélníků lze nalézt několik, uveď alespoň čtyři. (*L. Šimůnek*)

Z5 – I – 3

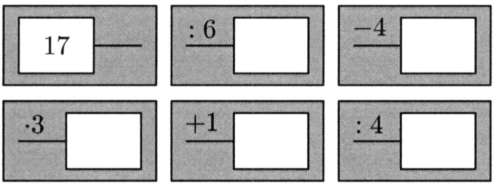
Vyřeš následující algebrogram a najdi všechna řešení. Stejná písmena nahraď stejnými číslicemi, různá různými.

$$\begin{array}{r} OSEL \\ SEL \\ EL \\ L \\ \hline 10034 \end{array}$$

(*M. Volfová*)

Z5 – I – 4

Nina dostala od paní učitelky následující kartičky:



Má z nich všech sestavit příklad pro své spolužáky. Pomoz Nině a sestav jeden takový příklad tak, aby každé dělení vyšlo beze zbytku. Jaký bude výsledek? (*M. Petrová*)

Z5 – I – 5

Naše tři třídy, celkem 84 žáků, šly do kina. Lístek sice stál 50 Kč, ale každý 12. žák měl poloviční slevu a každý 35. vstup zdarma. Kolik stálo vstupné pro všechny žáky? (*M. Volfová*)

Z5 – I – 6

Kluci našli starý plán minového pole (obr. 36). Čísla jsou na polích, kde žádné miny nejsou, a udávají počet zaminovaných sousedících polí. Urči, kolik je v poli celkem min a kde jsou. (Pole sousedí tehdy, mají-li společný vrchol nebo stranu.) (*M. Volfová*)

1		2		2
	3		3	
3				3
	2			
			2	

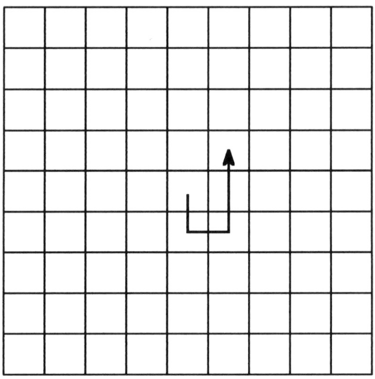
Obr. 36

Z5 – II – 1

Matěj a jeho kamarádi šli koledovat. Kromě jablíček, oříšků a perníků dostal každý z chlapců i pomeranče. Jarda dostal jeden pomeranč, Milan také. Po dvou pomerančích dostali Radek, Patrik, Michal a Dušan. Matěj dostal dokonce čtyři pomeranče, což bylo nejvíc ze všech chlapců. Ostatní chlapci dostali po třech pomerančích. Kolik chlapců šlo na koledu, když všichni dohromady dostali 23 pomerančů? (*M. Volfová*)

Z5 – II – 2

Ruměnice Josefína dopadla na stůl doprostřed čtvercové sítě tvořené 81 čtverečky (obr. 37). Rozhodla se, že z ní nepoleze pryč přímo, ale násle-



Obr. 37

dujícím způsobem: nejprve jeden čtvereček na jih, pak jeden na východ, dále dva na sever, poté dva na západ a opět jeden na jih, jeden na východ, dva na sever, dva na západ... Na kterém čtverečku byla těsně předtím, než slezla z této sítě? Po kolika čtverečcích této sítě lezla? (*M. Petrová*)

Z5 – II – 3

Jura má tyčky délek 2 cm, 3 cm, 3 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 5 cm, 5 cm, 6 cm, 6 cm a 9 cm. Skládá z nich strany trojúhelníků tak, že žádná tyčka není součástí strany dvou a více trojúhelníků. Může použít tolik tyček, kolik chce, ale nesmí je lámat a použité tyčky musí ležet celé na hranici trojúhelníku. Jura tvrdí, že se dají použít na poskládání stran tří trojúhelníků se stejnými obvody. Má pravdu? Jaký největší obvod by měly tyto trojúhelníky? (*M. Dillingerová*)