

[dokumenty-06] Úlohy z matematických olympiád na základní škole

34. ročník Matematické olympiády

In: Vladimír Repáš (editor); Anna Pribišová (editor); Juraj Vantuch (editor): [dokumenty-06] Úlohy z matematických olympiád na základní škole. (4.-7. ročník). (Czech). Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1991. pp. 52–63.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405305>

Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

34. ROČNÍK MATEMATICKÉ OLYMPIÁDY

5. ROČNÍK MOZ ŠKOLNÍ ROK 1984/1985

Kategorie MOZ 4

MOZ 4 - I - 1

Napiš čísla 1, 2, 3, 4, 5 čtyřmi čtyřkami. Můžeš použít znaménka +, -, ·, : a v některých případech i závorky.

$$\begin{array}{l} 4 \ 4 \ 4 \ 4 = 1 \qquad 4 \ 4 \ 4 \ 4 = 4 \\ 4 \ 4 \ 4 \ 4 = 2 \qquad 4 \ 4 \ 4 \ 4 = 5 \\ 4 \ 4 \ 4 \ 4 = 3 \end{array}$$

MOZ 4 - I - 2

Pracovní četa na stavbě vodovodu má za den uložit 67 m potrubí. Potrubí je z 5 m nebo 3 m dlouhých dílů. Kolik pětimetrových a kolik třímetrových dílů použijí, jestliže má mít potrubí co nejmenší počet svarů?

MOZ 4 - I - 3

Přeppravka s ovocem má sedmkrát větší hmotnost než prázdná přeppravka. Hmotnost přeppravky s ovocem je o 30 kg větší než hmotnost prázdné přeppravky. Urči, jakou hmotnost má přeppravka.

MOZ 4 - I - 4

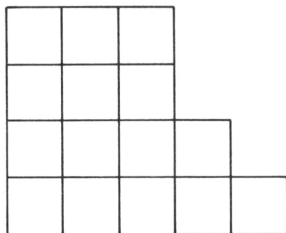
Na konci školního roku jsme byli na výletě v Bojnících. U stánku s dárky se nás tlačilo 17. Každý si chtěl něco koupit, ale peněz jsme neměli nazbyt. Všichni dohromady jsme měli 97 Kčs. Bylo zajímavé, že všichni chlapi měli stejné množství peněz a každá dívka měla o 2 Kčs víc než kterýkoli chlapec. Určete, kolik bylo mezi námi chlapců a kolik dívek.

MOZ 4 - I - 5

Ze dvou míst vzdálených od sebe 30 km vyjedou proti sobě dva cyklisté. Oba jedou rychlostí 15 km/h. Současně s jedním cyklistou vyjede i motocyklista, který má střídavě kontrolovat závodníky. Jezdí stále mezi nimi, dokud se cyklisté nepotkají. Motocyklista dodržuje předepsanou rychlost 20 km/h. Kolik kilometrů ujede motocyklista?

MOZ 4 - I - 6

Rozděl útvar na obrázku 45 na tři části tak, aby měly stejný tvar i velikost.



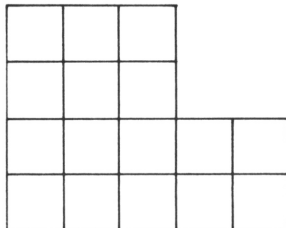
Obr. 45

MOZ 4 - II - 1

Petr poslal rodičům z letního tábora dohromady 12 dopisů a pohlednic. Za známky zaplatil 8-Kčs. Na dopisy dával známky v hodnotě 1 Kčs, na pohlednice v hodnotě 50 haléřů. Urči, kolik dopisů a kolik pohlednic poslal Petr rodičům.

MOZ 4 - II - 2

Rozděl útvar, který vidíš na obrázku 46, na 4 části tak, aby měly stejný tvar i velikost.



Obr. 46

Kategorie MOZ 5

MOZ 5 - I - 1

Na jedné straně aleje zůstaly jen 4 stromy, mezi nimiž jsou vzdálenosti 35 m, 14 m, 91 m. Do mezer je třeba vysadit nové stromy tak, aby vzdálenosti mezi všemi stromy byly stejné a aby počet vysazených stromů byl co nejmenší.

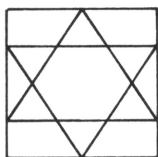
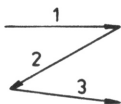
- Jaké vzdálenosti budou mezi jednotlivými stromy?
- Kolik stromů se vysadí?

MOZ 5 - I - 2

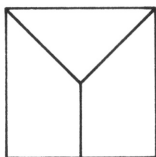
Jenda si koupil 2 lízátko a 1 perník. Dohromady zaplatil 4,50 Kčs. Kdyby si byl koupil 1 lízátko a 2 perníky, byl by zaplatil 6 Kčs. Kolik korun stálo 1 lízátko a kolik korun stál 1 perník?

MOZ 5 - I - 3

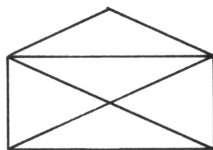
Tři zahrádkáři Aleš, Bohouš a Cyril si upravili zahrádky tak, že cestičky na zahrádkách tvořily obrazce jako na obrázcích 47a, b, c. I po obvodu zahrádky je cesta. Rozhodněte, který zahrádkář může přejít po všech cestičkách své zahrádky tak, že po každé přejde právě jednou. Směr obchůzky označte očíslovanými šipkami, např.:



A



B



C

Obr. 47

MOZ 5 - I - 4

Okružní etapa automobilové rely má procházet právě třemi městy z měst: Bratislava, Brno, Košice, Liberec, Praha, Ostrava. Délka tratě má být 744 km. Podle tabulky vzdáleností navrhnete města dvou různých okružních etap.

Bratislava

142	Brno				
403	473	Košice			
381	239	660	Liberec		
372	230	661	107	Praha	
318	165	371	340	347	Ostrava

MOZ 5 - I - 5

Dosadte číslice za jednotlivá písmena tak, aby naznačený součet byl správný. Za stejná písmena dosadte stejné číslice, za různá písmena různé číslice.

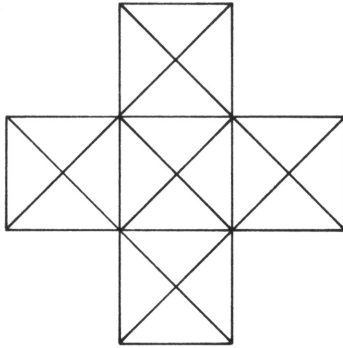
$$\begin{array}{r} O \quad K \quad O \\ O \quad K \quad O \\ \hline K \quad U \quad K \end{array}$$

MOZ 5 - I - 6

Ve třídě je 31 žáků. Chlapci z této třídy mohou nastoupit v trojstupech, čtyřstupech, šestistupech nebo osmistupech a ani v jednom zástupu žádný chlapec nechybí ani nepřebývá. Kolik chlapců je ve třídě?

MOZ 5 - II - 1

Urči počet všech trojúhelníků nakreslených na obrázku 48. Načrtni trojúhelníky, které se v obrázku vyskytují – k načrtům trojúhelníků přiřaď délku jedné strany.



Obr. 48

MOZ 5 - II - 2

Jeden kilogram jablek stojí 5 Kčs, jeden kilogram hrušek stojí 8 Kčs. Maminka koupila několik kilogramů jablek a několik kilogramů hrušek. Dohromady za ně zaplatila 62 Kčs. Zuzce se nákup nelíbil. Chtěla, aby maminka koupila tolik kilogramů jablek, kolik koupila kilogramů hrušek, a tolik kilogramů hrušek, kolik právě koupila kilogramů jablek. Maminka nesouhlasila, protože by nákup stál o 6 Kčs více. Kolik kilogramů jablek a kolik kilogramů hrušek maminka koupila?

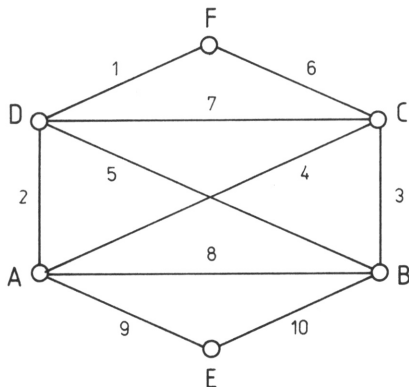
MOZ 5 - II - 3

Nad cirkusovou arénou předvádí své umění provazochodec. Lano jsou napnuta na šesti sloupech A, B, C, D, E, F (obr. 49).

a) Mohl by provazochodec přejít po lanech tak, že po každém laně přejde právě jednou a vrátí se na místo, odkud vyšel? Jestliže ano, zapiš jeho cestu.

b) Před jedním představením se lano č. 7 přetrhlo. Mohl by potom provazochodec splnit takový úkol jako v bodě a)?

c) Odůvodni své řešení úlohy b).



Obr. 49

MOZ 5 - II - 4

Za stejná písmena dosadte stejné číslice, za různá písmena různé číslice tak, aby naznačený početní výkon byl správný:

$$\begin{array}{r}
 S \quad A \quad D \\
 + H \quad A \quad D \\
 \hline
 D \quad A \quad R
 \end{array}$$

Kategorie MOZ 6

MOZ 6 - I - 1

Kolik je třeba prvních členů součtu $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots$ k tomu, aby součet byl trojciferné číslo, jehož všechny číslice jsou stejné?

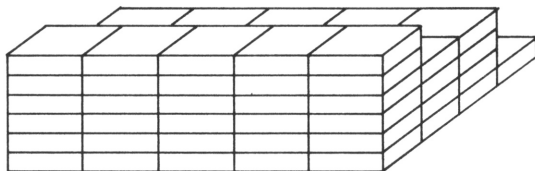
MOZ 6 - I - 2

Kolika způsoby je možné postavit na šachovnici s 3×3 poli dva krále tak, aby se navzájem neohrožovali?

MOZ 6 - I - 3

V balírně závodu na výrobu dlaždic ukládají vyrobené dlaždice s rozměry $15 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 1,5 \text{ cm}$ na dřevěné palety do tvaru krychle. Všechny dlaždice jsou uloženy podobně jako na obrázku 50.

- Jaké jsou nejmenší možné rozměry krychle na paletě?
- Kolik je v této krychli dlaždic?



Obr. 50

MOZ 6 - I - 4

Nahradte symboly \triangle , \circ , \square takovými číslicemi, aby platily rovnosti (obr. 51):

$$\triangle \circ \cdot \triangle \circ = \square \square \circ$$

$$\triangle \cdot \circ = \circ$$

Obr. 51

MOZ 6 - I - 5

Na mezinárodním dětském táboře se spřátelili tři chlapci z Československa Petr, Karel a Ruda s Volodou a Aljošou ze Sovětského svazu. Rozhodli se, že se dají spolu vyfotografovat. Nemohli se dohodnout, jak se mají postavit. Chtěli ale stát vždy tak, aby kamarádi Voloda a Aljoša byli mezi nimi, ale nestáli vedle sebe. Vystřídali všechny možnosti. Určete:

a) Kolik snímků aspoň musel udělat fotograf, aby zachytil všechny možnosti?

Kolik z těchto snímků bylo takových, že

b) Voloda byl vedle Petra,

c) Aljoša byl uprostřed,

d) Petr byl uprostřed,

e) Aljoša byl mezi Petrem a Karlem (nemusel stát těsně vedle nich)?

MOZ 6 - I - 6

Pasák ovcí rozdělil stádo 200 ovcí do čtyř skupin. Kdyby bylo v první skupině o čtyři ovce víc, v druhé o čtyři méně, ve třetí jen čtvrtina jejich počtu a ve čtvrté jejich čtyřnásobek, byl by v každé skupině stejný počet ovcí. Kolik ovcí je v každé skupině?

MOZ 6 - II - 1

Milan šetří na jízdní kolo. Má už 660 Kčs. Je to o třetinu více, než je polovina ceny kola. Kolik korun stojí kolo?

MOZ 6 - II - 2

Považujme čísla, která padnou při hodu dvěma hracími kostkami, za činitele součinu. Kolik různých součinů můžeme dostat při hodu dvěma hracími kostkami?

MOZ 6 - II - 3

V sadě je 90 stromků rybízu vysazených do čtverce $7,2 \text{ m} \times 7,2 \text{ m}$. Jsou vysazeny ve sponu 90×80 , to znamená, že vzdálenost mezi řadami je 90 cm a v řadě jsou stromky od sebe vzdáleny 80 cm. Kvůli prosvětlení bylo rozhodnuto, že stromky mají být ve sponu 120×120 . Výměra záhonu se nezměnila ($7,2 \text{ m}$ krát $7,2 \text{ m}$). Kolik původních stromků můžeme nechat na místě? Kolik stromků je třeba znovu zasadit?

MOZ 6 - II - 4

Písmena nahraďte číslicemi (stejná písmena stejnou číslicí, různá jinou) tak, aby naznačený početní výkon byl správný.

$$\begin{array}{r} R \ Y \ B \ A \\ + \ R \ Y \ B \ A \\ \hline H \ L \ A \ V \ A \end{array}$$

Kategorie MOZ 7

MOZ 7 - I - 1

Nahraďte písmena číslicemi tak, aby vznikl správný zápis sčítání ($I = \acute{I}$):

$$\begin{array}{r} P \ S \ \acute{I} \ C \ I \\ P \ S \ \acute{I} \ C \ I \\ P \ S \ \acute{I} \ C \ I \\ \hline H \ A \ F \ A \ N \ I \end{array}$$

MOZ 7 - I - 2

Narýsujte trojúhelník ABC : $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 10$ cm, $|AC| = 6$ cm. Uvnitř strany AC sestrojte bod X a uvnitř strany BC bod Y tak, aby platilo: $\leftrightarrow XY \parallel \leftrightarrow AB$ a současně $|AX| = |XY|$.

MOZ 7 - I - 3

Představte si, že máte 81 dvoukorun, z nichž je jedna falešná. Falešná mince má menší hmotnost než pravá mince. Kolik vážení nejméně je třeba na to, abyste našli falešnou minci, budete-li vážit na přesných dvojramenných váhách? (Své tvrzení zdůvodněte.)

MOZ 7 - I - 4

Anička, Václav, Jakub a Lukáš jsou čtyřčata. Anička ví, že Lukáš vždycky mluví pravdu, naopak Jakub nikdy nemluví pravdu a Václav jednou neříká pravdu, hned potom říká pravdu a potom zase neříká pravdu atd. Jednou odpoledne přiběhli všichni domů a jeden říká Aničce:


„Maminka na tebe čeká v obchodě.”

„Dobře, Lukáši,” řekla Anička.

Bratr se zasmál a řekl: „Já jsem Václav.”

Umíte říci, kdo z bratrů vyřídil Aničce mamčin vzkaz? Byl vzkaz pravdivý?

MOZ 7 - I - 5

Kolik čtverečků musíme vyšrafovat na šachovnici 6×6 čtverečků, aby se útvar (kříž)  složený z pěti čtverečků nedal nakreslit na zbytek (nevyšrafované) šachovnice?

MOZ 7 - I - 6

Představte si, že vynásobíte všechna přirozená čísla od 1 do 63. Potom vynásobíte všechna přirozená čísla od 1 do 61. Nakonec vypočtete rozdíl těchto součinů. Je tento rozdíl dělitelný číslem 71?

MOZ 7 - II - 1

Je dána přímka p a na ní dva různé body X, Y . Sestrojte čtverec $ABCD$ tak, aby bod X ležel na přímce AB , bod Y na přímce BC a aby úhlopříčka měla délku 8 cm a bod B měl od přímky p vzdálenost 2,5 cm.

MOZ 7 - II - 2

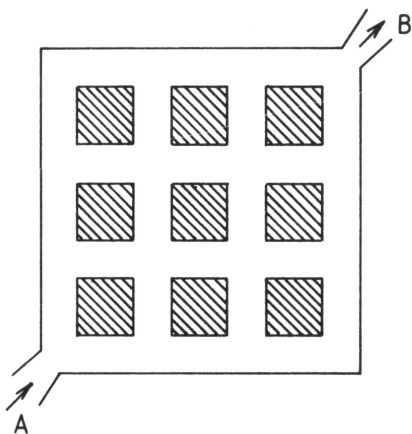
Najděte číslice x, y , víte-li, že trojčíferné číslo xyy se dá beze zbytku dělit sedmi, trojčíferné číslo xyx se dá beze zbytku dělit čtyřmi a trojčíferné číslo xyx se dá beze zbytku dělit třemi.

MOZ 7 - II - 3

V místě A vběhla do bludiště na obrázku 52 vyděšená myší rodina. Všechny myši šťastně utekly do bezpečí v místě B. (Hladový kocour prská v místě A.) Z rozhovoru myší se dovídáme:

1. Každá myš běžela po chodbičkách jen směrem doprava a nahoru.
2. Žádné dvě myši neběžely celou cestu po stejné trase.
3. Kdyby myší bylo o jednu víc, musely by některé dvě běžet po stejné trase.

Kolik členů měla myší rodina?



Obr. 52

MOZ 7 - II - 4

Ivan s otcem a psem Harykem čekali na vlak. Čas si krátili u váhy na zavazadla. Zjistili:

1. Všichni tři dohromady mají hmotnost 106 kg.
2. Otec má o 50 kg větší hmotnost než Ivan a Haryk dohromady.
3. Haryk má přesně $\frac{2}{5}$ Ivanovy hmotnosti.

Jakou hmotnost měl každý z nich?