

# [dokumenty-10] 40 let matematické olympiády (v Československu)

---

Vladimír Burjan

Pikomat

In: Karel Horák (editor): [dokumenty-10] 40 let matematické olympiády (v Československu). (Slovak). Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 1993. pp. 5–9.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/405377>

## Terms of use:

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

# P i k o m a t

Vladimír Burjan

(Bratislava)

Ak vám slovo PIKOMAT neznie príliš slovensky, nemýlite sa. Je to totiž skratka súťaže, ktorej neskrátený názov znie Pioniersky KOrešpondenčný MATematický seminár. K tomuto názvu si dovoľíme dve malé poznámky. Prívlastok „pioniersky“ bol povinnou daňou režimu, v ktorom seminár na jeseň roku 1983 vznikol, ale aj jednému z hlavných sponzorov súťaže bývalému Socialistickému zväzu mládeže a jeho Pionierskej organizácii. Dnes už je síce neaktuálny, ale organizátorom súťaže sa do zmeny skratky akosi nechce — príliš sa vžila. Druhá poznámka má charakter skoro gramatický: pôvodne bolo slovo PIKOMAT vlastným menom — označovalo jediný seminár pre žiakov 7. a 8. ročníkov základných škôl v Bratislave a Západoslovenskom kraji. Myšlienka takejto súťaže sa však prekvapujúco rýchlo šírila a obdobné semináre začali pracovať v ďalších krajoch a okresoch, najmä v Čechách a na Morave. V niekoľkých prípadoch ich organizátori prevzali nielen organizáciu súťaže a úlohy, ale aj jej názov — PIKOMAT. A tak sa v niektorých rokoch stalo, že PIKOMATov bolo v Československu niekoľko a z pôvodného vlastného mena sa tak stalo všeobecné podstatné meno, označujúce jednu z foriem starostlivosti o žiakov prejavujúcich záujem o matematiku.

Začiatky PIKOMATu v septembri 1983 boli spojené so špeciálnymi triedami so zameraním na matematiku na Gymnáziu A. Markuša v Bratislave. V nich sa sústreďovali nadaní žiaci z Bratislavy a Západoslovenského kraja, aby tu rozvíjali svoj matematický talent. Každoročne boli do matematických tried vybraní na základe osobitnej talentovej skúšky. A práve snaha prilákať na tieto skúšky čo najviac šikovných mladých matematikov a potenciálnych výborných žiakov školy, bola tým prvotným impulzom, ktorý priviedol organizátorov na myšlienku korešpondenčného seminára pre žiakov základných škôl. (Pre historikov však upresníme, že táto myšlienka bola už v tom čase pomerne stará. Podľa našich informácií k nám prišla zo Sovietskeho zväzu a ako prvý sa zrodil korešpondenčný seminár pre stredoškolačkov vo východoslovenskom kraji. Neskôr pribudli ďalšie a v r. 1980 začal pracovať korešpondenčný seminár pre žiakov základných škôl v stredoslovenskom kraji.) Tento konkrétny cieľ — prilákať do matematických tried kvalitných žiakov ovplyvnil aj vekovú kategóriu, ktorej bol a je PIKOMAT určený, ako aj územie, ktoré pokrýva. Toto sa dodnes takmer nezmenilo: súťažia siedmci a ôsmaci, občas sa pridá zopár mimoriadne šikovných šiestakov (pre ktorých je však súťaž veľmi ťažká). Zapájajú sa aj žiaci z iných krajov, no iba výnimočne, ako hostia — dnes už má totiž na Slovensku každý žiak ZŠ i SŠ možnosť riešiť vlastný krajský korešp. seminár.

Samotná súťaž prebieha obdobne ako všetky ostatné semináre — odchýlky sú snáď iba v niektorých podrobnostiach. Preto iba stručne: záujemci (ktorých počet z roka na rok kolíše okolo 200 – 400) dostávajú poštou domov (zhruba v šesťtýždenných intervaloch) sady 4 – 5 úloh. Tieto majú do stanoveného termínu vyriešiť, podrobne napísať riešenia (a to nielen výsledky, ale aj celý postup riešenia s odôvodnením jednotlivých krokov) a tieto zaslať organizátorom. Tí riešenia opravujú, pričom jednotlivým žiakom vyznačia v ich postupoch prípadné chyby a pripíšu k nim poznámky, komentáre, ale aj pochvalu, ak ide o pekné, originálne riešenie. Opravené riešenia sa poštou vracajú naspäť účastníkom, pričom každý zároveň dostane vzorové riešenia úloh a podrobnú výsledkovú listinu, z ktorej môže zistiť, ako si s jednotlivými úlohami poradili ostatní účastníci seminára a aké je jeho priebežné umiestnenie.

Takéto série prebehnú zväčša tri v období od septembra do januára a ďalšie tri od februára do júna. Po každých troch sériách úloh (teda vo februári a v júni) sa koná 5–6denné sústredenie, na ktoré je za odmenu (a teda bezplatne) pozvaných 30 až 40 najúspešnejších riešiteľov uplynulého obdobia. Tu majú možnosť osobne spoznať svojich najväznejších konkurentov v rebríčku, ale najmä samotných organizátorov súťaže a opravovateľov ich riešení. Preto sa tu často vedú diskusie a polemiky nad opravenými riešeniami z predchádzajúcich sérií: žiaci môžu osobne vysvetliť „ako to v tom riešení mysleli“ a opravovatelia môžu dôkladnejšie objasniť, kde tá úvaha alebo riešenie „malo háčik“.

Program týchto sústredení je veľmi pestrý. Matematika je tu podávaná zábavnou, motivačnou formou prostredníctvom rôznych rozprávok, matematických hier a súťaží i večerných besied. Okrem toho sa veľa športuje, hrajú sa rôzne kolektívne hry v klubovní, v lese, na lúke, vo dne i v noci. Navštevuje sa divadlo, spieva sa pri táboráku, vedú sa vášnivé diskusie o nekonečnosti vesmíru, prenášaní myšlienok, dejinách matematiky, pozitívach a negatívach jednotlivých povolání a vôbec o všetkom, čo deti tohto veku zaujíma. Program týchto sústredení je zväčša mimoriadne nabitý. Pre organizátorov je to síce veľmi náročné na prípravu i samotnú realizáciu, účinok je však značný: sústredenia pôsobia silno motivačne a vidina možnosti zúčastniť sa ešte raz (alebo dokonca niekoľkokrát) na obdobnom sústredení je silným stimulom pre žiakov pri riešení ďalších sérií úloh seminára.

Spomenuli sme jeden z cieľov, ktorý viedol skupinu poslucháčov MFF UK k založeniu PIKOMATu: skvalitniť príviv uchádzačov o štúdium v matematických triedach v Bratislave. Tento cieľ PIKOMAT od začiatku veľmi dobre plnil a dodnes plní: v niektorých rokoch viac než polovica žiakov prijatých do matematických tried pochádzala spomedzi riešiteľov PIKOMATu. Tí sami priznávali jeho vplyv: buď sa o existencii matematických tried dozvedeli na niektorom zo sústredení, alebo tu dozrelo ich rozhodnutie skúsiť šťastie na talentových skúškach (často pod vplyvom podobného rozhodnutia niektorých iných riešiteľov PIKOMATu).

Korešpondenčných matematických seminárov pre žiakov základných i stredných škôl dnes pracuje na Slovensku mnoho. Zväčša sa ich priebeh podobá na to, čo sme napísali o PIKOMATe. Jedným z vhodných „rozlišovacích znakov“ jednotlivých seminárov sú zadávané úlohy. Organizátori seminára musia pri ich výbere zvoliť istú náročnosť, musia sa rozhodnúť pre istý typ úloh (úlohy školského typu, úlohy typu matematickej

olympiády, netradičné úlohy, hlavolamy či hádanky, a pod.), pre istú formu zadávania úloh, zvoliť ich počet, tematiku, prípadnú nadväznosť a mnoho ďalších parametrov. Niekedy sú úlohy pôvodné, inokedy čerpané z rôznych (často zahraničných zdrojov). Toto všetko ovplyvňuje celkovú kvalitu seminára a dodáva mu istú osobitosť, ktorou sa odlišuje od všetkých ostatných. Preto bude asi najcennejšou informáciou, keď uvedieme na ukážku niekoľko úloh, ktoré boli zadané riešiteľom PIKOMATu v uplynulých 7 rokoch.

## Úlohy

### 1. Krivý stôl.

Stolár mal vyrobiť obdĺžnikový stôl rozmerov  $100 \times 160$  cm s nohami dlhými 100 cm. Prvá noha sa mu podarila presne. Keď však rezal k nej protifaľú, pošmykla sa mu ruka a odrezal ju len 96 cm dlhú. Tretiu spravil o čosi dlhšiu, ale iba 97 cm. Zistite, akú dlhú má spraviť štvrtú nohu, aby stôl stál na všetkých štyroch nohách a aby sa nekýval. (Predpokladáme, že všetky štyri nohy sú kolmé na dosku stola. To, že stôl bude stáť nakrivo, nevadí.)

### 2. Najväčší súčin.

Napíšte číslo 100 ako súčet niekoľkých prirodzených čísel (počet sčítancov si zvolte sami) tak, aby súčin týchto čísel bol čo najväčší. (Poznámka: sčítance nemusia byť navzájom rôzne.)

### 3. Krabica plná gúľ.

Kolko rovnakých gúľ s priemerom 10 cm možno uložiť do krabice s rozmermi  $100 \times 100 \times 10$  cm, ak ukladáme iba do jednej vrstvy?

### 4. Ako najlepšie zbohatnúť?

Hrací automat PIKOTRON funguje nasledovne: po zapnutí sa na jeho obrazovke objaví číslo 1. Od tejto chvíle možno do neho hádzať korunové mince: ak sa vhodia dve mince, automat pripočíta k číslu na obrazovke 3, ak sa vhodí päť mincí, automat vynásobí číslo na obrazovke dvomi. Tieto úkony možno ľubovoľne striedať a kombinovať. Keď nás hra omrzí, stačí stlačiť tlačidlo s nápisom „KONIEC“ a z automatu sa vysype toľko peňazí, aké číslo je práve na jeho obrazovke. Predstavte si, že ste prišli k tomuto automatu so 40 korunami vo vrecku a nesmiernou túžbou zbohatnúť. Ako je najvýhodnejšie postupovať aby bol váš čistý zisk čo najväčší?

### 5. Rezanie štvorca.

Najskôr skúste rozrezať štvorec na 10 štvorcov. Nemusia byť rovnako veľké, ale všetky rezy musia byť priame a rovnobežné so stranami rezaného štvorca. Potom nájdite všetky prirodzené čísla  $n$ , pre ktoré možno rozrezať štvorec na  $n$  štvorcov.

### 6. Veľká a malá guľa.

Vo veľkej prázdnej miestnosti tvaru kvádra naháňa veľká guľa (s polomerom 1 meter) menšiu guľu, ktorú chce rozdrviť. Našťastie existujú v miestnosti miesta, kam keď sa menšia guľa postaví, je pre veľkú nedosiahnuteľná — veľká sa jej môže iba

dotknúť, ale nemôže ju pritlačiť. Zistite, aká veľká môže byť menšia guľa, aby sa ešte v miestnosti zachránila.

### 7. Vlastnosti mužov.

Podľa štatistik má 70 % mužov hnedé oči, 75 % má tmavé vlasy, 85 % mužov je vyšších ako 178 cm a 90 % mužov váži menej ako 100 kg. Aké percento mužov má zaručene všetky tieto štyri vlastnosti?

### 8. Kto bol druhý v skoku do výšky?

Adam, Boris a Cyril si spravili súťaž v niekoľkých športoch. Za víťazstvo sa v každom športe udeľovalo  $a$  bodov, za druhé miesto  $b$  bodov a za tretie miesto  $c$  bodov, pričom  $a, b, c$  sú prirodzené čísla, pre ktoré platí  $a > b > c$ . Na koci súťaže mal Adam 10 bodov, Boris 6 bodov a Cyril 5 bodov. Zistite, kto bol druhý v skoku do výšky, ak viete, že Boris vyhral vrh guľou.

### 9. Chytia vlci zajaca?

V strede štvorcovej záhrady sedí zajac. V každom zo štyroch rohov záhrady sedí jeden vlk. Vlci sa môžu ľubovoľne pohybovať po obvode záhrady, pričom vedia byť až 1,4krát rýchlejší ako zajac. Zajac by rád zo záhrady utiekol. Na prvý pohľad to s ním vyzerá zle, ale ak ovláda trochu matematiky, môže vlkom utiecť. Viete ako?

### 10. Problém pána riaditeľa.

Riaditeľ firmy vyrábajúcej osviežujúci nápoj PIKO-KOLA krátko pred smrťou rozoslal listy svojim 10 najbližším spolupracovníkom a každému v liste prezradil jednu z 10 prímiesí, z ktorých sa vyrába PIKO-KOLA. Po smrti riaditeľa si týchto 10 ľudí chcelo telefonicky vymeniť získané informácie.

- Koľko najmenej hovorov je potrebných na to, aby sa každý z 10 zamestnancov dozvedel všetkých 10 prímiesí?
- Riešte ten istý problém pre prípad, že by PIKO-KOLA pozostávala zo 100 prímiesí, ktoré riaditeľ oznámil 100 najspoľahlivejším spolupracovníkom (každému jednu prímies).

Dokážte, že vtedy by stačilo 196 telefónnych hovorov.

A na záver ukážka série úloh, ktorá mala podobu rozprávky:

### Ako rytier PIKOMATKO porazil (alebo neporazil?) draka D-200. (dramatematický príbeh s otvoreným koncom)

Len čo sa rytier PIKOMATKO dozvedel súradnice jaskyne, v ktorej žije zlý 200hlavý drak D-200, ihneď sa vydal na cestu. V stredu podvečer prišiel na rázcestie tvaru Y, kde mu istý pocestný povedal: „Keď sa chceš dostať ku drakovi, choď touto ľavou cestou, až po ôsmych kilometroch prídeš ku vysokánskemu smreku. Od neho napravo (pod pravým uhlom) vedie cesta priamo ku drakovej jaskyni. Ale môžeš ísť aj touto pravou cestou. Keď prídeš ku jazierku, budeš mať presne polovicu cesty za sebou. Tam sa otoč doľava o  $90^\circ$  a choď stále rovno. Prídeš priamo ku dračej jaskyni.“ PIKOMATKO poďakoval, zamyslel sa, potom si zmeral uhol, ktorý spolu zvierali ľavá a pravá cesta. Vyšiel mu ostrý. Potom chvíľu počítal a kreslil a nakoniec sa vydal kratšou z oboch ciest.

1. úloha: Zistite, ktorá z oboch ciest je kratšia — tá okolo smreka alebo okolo jazierka?

2. úloha: Dokážte, že uhol DSJ (drak — smrek — jazierko) má veľkosť  $45^\circ$ .

Keď PIKOMATKO dorazil ku jaskyni, drak D-200 ho už čakal a jednou zo svojich 200 ohnivých papúľ prehovoril: „Mohol by som ťa zožrať hneď, ale dám ti šancu. Budem si myslieť tri prirodzené čísla  $a$ ,  $b$ ,  $c$  menšie ako 100. Aj ty si myslíš nejaké tri prirodzené čísla  $x$ ,  $y$ ,  $z$  a povedz mi ich. Ja ti potom prezradím číslo  $ax + by + cz$ , nič viac. Ak z tohoto čísla uhádneš čísla  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dovolím ti odísť. Inak sa zúčastníš môjho dnešného obeda ako predjedlo.“

3. úloha: Poradte PIKOMATKOVI, aké čísla  $x$ ,  $y$ ,  $z$  má drakovi nahlásiť, aby z čísla  $ax + by + cz$  mohol jednoznačne určiť čísla  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

PIKOMATKO úlohu vyriešil a čísla uhádol. No k odchodu sa nemal. Naopak, začal s likvidáciou draka. Spomenul si, ako mu kedysi dávno istá baba korenárka prezradila, že každý drak skamenie, keď sa pozrie na magický útvar. To je taký rovinný útvar, ktorý nemá žiadnu os súmernosti, ani žiadny stred súmernosti, ale pritom pri otočení o istý uhol (menší ako  $360$  stupňov) prechádza sám do seba (t.j. keby sme ho vystrihli, zdvihli a pootočili, zapadol by znovu do vystrihutej diery). A tak začal PIKOMATKO horúčkovite vymýšľať nejaký magický útvar.

4. úloha: Nakreslite nejaký magický útvar.

Tentokrát PIKOMATKO nič múdreho nevymyslel, a tak mu ostala jediná možnosť: použiť svoje tri zázračné meče Sek, Šmyk a Fik. Keď sa rozoženie Sekom, odsekne drakovi naraz 48 hláv, lenže mu hneď 33 nových hláv narastie. Keď sa rozoženie Šmykom, odšmykne drakovi 21 hláv a žiadna nová mu nenarastie. A konečne keď sa rozoženie Fikom, odfikne drakovi jednu hlavu a namiesto nej mu ihneď narastie 73 nových. Každý meč možno použiť iba vtedy, ak má drak aspoň toľko hláv, koľko ten meč zotína. Akonáhle raz drak príde o všetky hlavy, už mu žiadne nové nenarastú.

5. úloha: Zistite, ako dopadol súboj PIKOMATKA s 200hlavým drakom D-200. Ak si myslíte, že PIKOMATKO draka „odhlavil“, popíšte, v akom poradí pritom použil jednotlivé meče. Ak si naopak myslíte, že to s tými mečmi nie je možné, dokážte to.