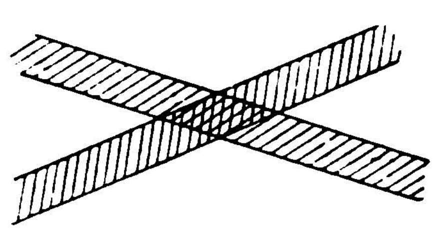
3.

PŘESNOST GEOMETRICKÝCH KONSTRUKCÍ.

3,1. Pravidla Wienerova. Body na nákresně jsou vždy realisovány jako průsečíky čar konečné šířky. Takové dvě čáry nemají nikdy společný jediný bod, nýbrž celou část roviny přibližně tvaru rovnoběžníka, v obr. 29 nadměrně zvětšeného a dvakrát šrafovaného. Tím vznikne jistá neurčitost ve vedení přímky, nakreslené podle pravítka přiloženého ke dvěma takto daným bodům. V obr. 30 jsou přímkami p_1 a p_2 naznačeny krajní možnosti v nesprávném sestrojení spojnice bodů A, B. Vidíme, že neurčitost jejího průsečíku s přímkou q_1, vyjádřená úsečkou CD, je menší než neurčitost průsečíku spojnice AB a přímkou q_2, vyjádřená úsečkou EF.



Obr. 29. Zvětšené okolí průsečíku dvou narýsovaných různoběžek.

K omezení těchto nepřesností v konstrukci doporučuje Wiener[1]) zachovávati následující pravidla:

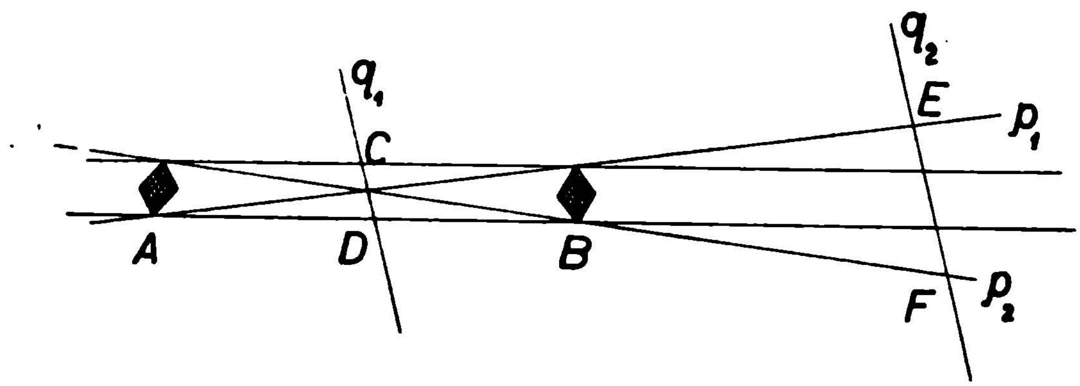
a) Má-li spojnice a bodů A, B v celém svém průběhu býti nakreslena pokud možno přesně podle pravítka přiloženého k oběma bodům, jest nutno zvoliti je navzájem co nejdále.

b) Má-li průsečík P přímek a, b býti určen pokud možno bezpečně, jest obě přímky určiti body, které leží blízko průsečíku P.

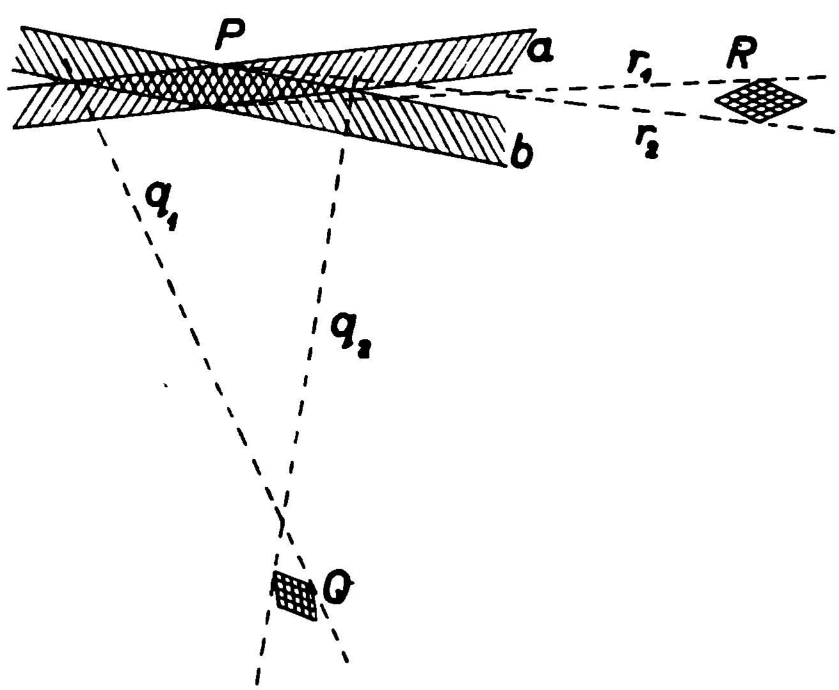
Rovnoběžník, společný dvěma čarám a, b konečné šířky, jest velmi protáhlý, protínají-li se obě čáry pod velmi malým úhlem (obr. 31). Spojnice průsečíku P takových

[1]) Darstellende Geometrie, Leipzig (1884), 1. sv., str. 190.

dvou čar s dalším bodem Q, který leží v tupém úhlu jimi sevřeném, je spojnice velmi nepřesná, jak ukazují obě krajní možnosti q_1, q_2. Naproti tomu spojnice P s bodem R uvnitř



Obr. 30. Narýsované spojnice dvou bodů ve zvětšení.



Obr. 31. Zvětšené okolí průsečíku dvou narýsovaných různoběžek, které svírají malý úhel.

ostrého úhlu čar a, b, je mnohem bezpečnější, neboť obě krajní možnosti r_1 a r_2 svírají teď malý úhel.

Protínají-li se čáry konečné šířky přibližně kolmo, rovnoběžník jim společný je blízký čtverci. Jeho spojnice s libovolným bodem roviny je určena přibližně stejně přesně.

c) Má-li se užíti průsečíku P čar a, b k nakreslení dalších přímek, mají se obě čáry protínati přibližně kolmo. Protínají-li se však a, b pod malým úhlem, jejich průsečík P můžeme bezpečně spojiti přímkou pouze s body, které leží uvnitř ostrého úhlu obou čar.

Při užívání kružítka dopouštíme se chyby jednak excentrickým zabodnutím jeho hrotu, jednak nesprávně odpíchnutým poloměrem. Prvá chyba je podle Wienera[2]) průměrně asi 0,012 mm, podle K. Nitze[3]) asi 0,05 mm.

Druhou chybu můžeme vzíti asi stejnou jako chybu ve vedení přímky podle pravítka, přiloženého k bodu. Podle Nitze[3]) je to asi průměrně opět 0,05 mm.

d) Nedoporučuje se užívati v konstrukcích kružítka rozevřeného více než 60°, neboť pak pérování jeho hrotu a ramen způsobuje nepřesnost výsledku (Wiener[1]). Znovu podotýkáme, že používání pomůcek konstrukce způsobem naznačeným ke konci odst. 1,1 se nedoporučuje pro menší přesnost.

3,2. Úprava základních konstrukcí. V praksi nemáme často prvky konstrukce dány v tak příznivé vzájemné poloze, jak by mělo býti podle uvedených pravidel. Konstrukce s nimi provedené by tedy byly nepřesné. Jest proto nutno znáti, jak musíme změniti běžné konstrukce, jsou-li v nich prvky v nepříznivé vzájemné poloze, abychom obdrželi co možno nejpřesnější výsledky.

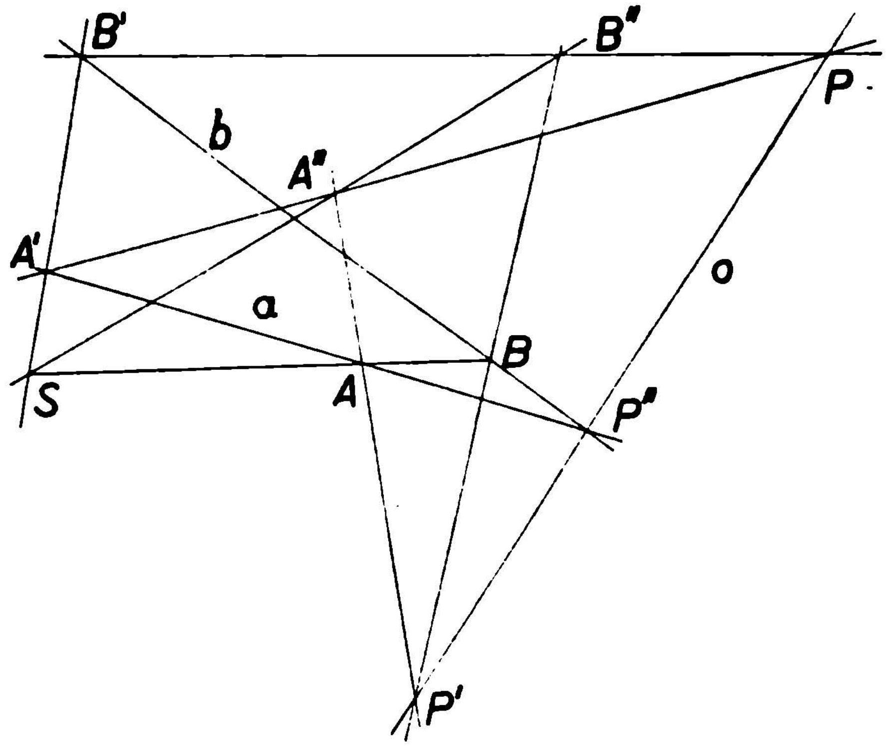
a) Buďtež dány dva blízké body A, B (obr. 32). Na jejich spojnici jest najíti vzdálený bod S tak, aby ji bylo možno přesně nakresliti podle pravítka, přiloženého k vzdáleným bodům S, B. Zvolme od bodů A, B dosti vzdálenou úsečku $A'B'$, a průsečíkem

---

[2]) Schlömilch Ztschr. 16 (1871), str. 112.

[3]) Anwendungen der Theorie der Fehler in der Ebene auf Konstruktionen mit Zirkel u. Lineal. (Disertation Königsberg, 1905).

$P'' \equiv (AA', BB')$ veďme vhodně přímku o. Na ní zvolme body P a P' a sestrojme průsečíky $A'' \equiv (PA', P'A)$ a $B'' \equiv$ $\equiv (PB', P'B)$. Podle Desarguesovy věty průsečík $S \equiv$ $\equiv (A'B', A''B'')$ leží na AB. Doporučuje se voliti $A'B'$, skoro kolmé na AB. Přesvědčte se, že v obr. 32 kreslíme spojnice bodů vzájemně vesměs vzdálenějších, než A, B, tedy přesnější.

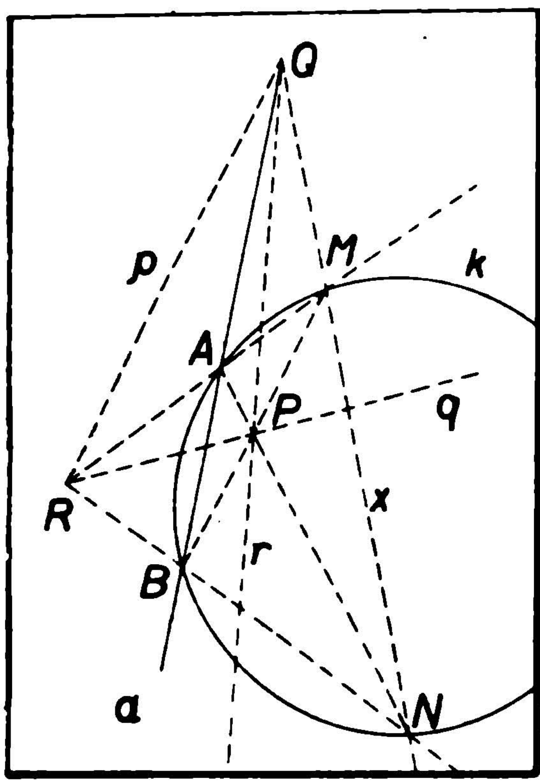


Obr. 32. α) Sestrojení bodu S na spojnici blízkých bodů AB. β) Sestrojení spojnice průsečíku P'' přímek a, b, které se protínají pod ostrým úhlem, s bodem P ležícím v jejich tupém úhlu.

b) Bod P'' je nepřesně určen jako průsečík přímek a, b, které svírají navzájem malý úhel. Jest jej spojiti přímkou o s bodem P', který leží v tupém úhlu obou přímek.

Úlohu řešíme opět konstrukcí v obr. 32. Vhodně voleným bodem S veďme tři přímky, z nichž dvě protínají a v A, A' a b v B, B' a třetí protíná spojnice $P'A$ a $P'B$ v A'' a B''. Spojnice $A'A''$ a $B'B''$ protínají se v bodě P, který leží na o, spojující $P'P''$.

c) Protíná-li přímka a kružnici k pod malým úhlem, jejich průsečíky A, B jsou nepřesné (obr. 33). Abychom je přesněji určili jako průsečíky dvou přímek, které nesvírají příliš ostrý úhel, zvolme na a bod Q a sestrojme jeho poláru q ke kružnici. Na q zvolme bod R, jehož polára r jde Q a protíná q v bodě P. Označme $p \equiv RQ$ a sestrojme bodem Q jdoucí, čtvrtý paprsek x, harmonický s $(p, r, a, x) = -1$. Označme M, N jeho průsečíky s kružnicí k. Zřejmě $\equiv MP$ a NP i MR a NR procházejí průsečíky A, B přímky a a kružnice k. Tohoto řešení úlohy lze užíti i tehdy, jde-li o nepřesné průsečíky přímky s kuželosečkou.



Obr. 33. Sestrojení průsečíků přímky a s kružnicí k, protínají-li se obě pod malým úhlem.

Z dosavadních úvah vyplývá, že hlavními zdroji nepřesnosti konstrukce jest vedení spojnice dvou bodů a opsání kružnice kolem daného středu. Konstrukce je proto tím přesnější, čím méně obsahuje těchto zdrojů chyb, čili, zhruba řečeno, čím je jednodušší.

Prvý, kdo se těmito otázkami skutečného a pokud možno přesného provádění konstrukcí zabýval, byl J. Steiner. Dokázal,[4]) že veškeré úlohy druhého stupně lze řešiti užitím jediné kružnice a vedením přímek. Naopak Mascheroni[5]) dokázal, že veškeré úlohy druhého stupně lze řešiti pouze kružnicemi, bez vedení jakýchkoliv přímek. Žádný z těchto

---

[4]) Cit. kapit. 1., pozn. [2]).
[5]) Cit. kapit. 1., pozn. [1]).

extrémů nebude ovšem nejjednodušší konstrukcí, obsahující nejmenší počet uvedených zdrojů nepřesnosti konstrukce. E. Lemoine[6]) první vybudoval v systém nauku o jednoduchosti a přesnosti konstrukcí a nazval ji geometrografií. Její užitečnost s praktického hlediska byla podrobena četným kritikám a pokusům o zlepšení.[7])

[6]) Géométrographie ou l'art des constructions géométriques. (Paříž Coll. Scientia, No. 18). Viz též heslo geometrografie v Teyssler-Kotyškově Technickém slovníku naučném (IV, 864).

[7]) Viz Adler, cit. kapit. 1., pozn. [4]), str. 277 a násl.