Otakar Borůvka

O jistém typu minimálních ploch ve čtyřrozměrném prostoru

Věstník VI. sjezdu čsl. přírodozpytců, lékařů a inženýrů v Praze 1928; III. díl, 1, str. 15

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/500235

3. Dr. Jan Schustr: **O jistém přidruženém determinantu k determinantu souměrnému s prázdnou úhlopříčkou.**

Jde o důkaz, že lze k determinentu

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & . & . & 1 \\ 1 & 0 & \alpha^2_{12} & \alpha^2_{13} & . & . & \alpha^2_{1n} \\ 1 & \alpha^2_{12} & 0 & \alpha_{23} & . & . & \alpha^2_{1n} \\ — & — & — & — & & & \\ 1 & \alpha^2_{1n} & \alpha^2_{2n} & — & & & 0 \end{vmatrix}$$

přidružit jiný

$$D^1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & & . & 1 \\ 1 & 0 & T_{12} & T_{13} & . & . & T_{1n} \\ 1 & T_{12} & 0 & T_{23} & . & . & T_{2n} \\ — & — & — & — & & & \\ 1 & T_{1n} & T_{2n} & — & & & 0 \end{vmatrix}$$

kde T_{hk} souvisí s minory A_{hk} determinantu D větami:

$$(n+1)^2 T_{hk} = A_{hh} + A_{kk} - 2A_{hk}$$

a

$$D^1 = (-2)^{-(n-1)^2} (n+1)^{-2(n-1)} D^{n-1}$$

4. Týž: **O jistých hypersférách, dotýkajících se simplexů.**

Jde-li o simplexy $\left.\begin{matrix}\text{tečnové}\\ \text{kolmohranné}\end{matrix}\right\}$, kde

$$a_{ik} = t_i + t_k$$
$$a^2_{i\text{-}k} = o^2_i + o^2_k,$$

lze pro ně odvodit řadu vztahů, jež jeví vzájemné obdoby. Na př. potence bodu

$$\left(\frac{1}{t_1}, \frac{1}{t_2}, \ldots, \frac{1}{t_n}\right)$$

v tečnových, součinitelů $p_i\, q_i = x^2$ na výškách v druhém s poloměry hypersfer tečnových resp. opsaných.

Prostorové mnohoúhelníky, jež mají každý vrchol simplexu za jednoduchý bod, mají $\left\{\begin{matrix}\text{dotykové body}\\ \text{paty výšek}\end{matrix}\right.$ na hypersfeře (n-1) rozměrové, jeli počet rozměrů lichý. Také odvozeny velikosti poloměrů těchto hypersfer.

Musí tedy být $(n+1) = 2m$, a platí

$$-\frac{2}{R^2} - = \frac{1}{2(m-1)}\left(\Sigma \frac{1}{t}\right)^2 - \frac{1}{2m}\left(\frac{1}{t_1} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{t_2} + \ldots\right)^2 + \Sigma \frac{1}{t^2}$$

resp.

$$4R^2 = \frac{\sum_1^m o_{2k}^2 \,.\, \sum_1^m o^2_{2k-1}}{\sum_1^{2m} o_k^2} - \frac{(2-m)^2}{\sum_1^{2m} \frac{1}{o_k^2}}$$

5. Doc. Dr. Ot. Borůvka: **O jistém typu minimálních ploch ve čtyřrozměrném prostoru.**

Předmětem sdělení jest několik výsledků o minimálních plochách ve čtyřrozměrném prostoru o konstantní křivosti, které mají vlastnost, že indicatrix křivosti v každém bodě je kružnice. Pro stručnost nazývám v dalším takové plochy plochy C.

Existenci ploch C v eucleidovském prostoru dokázal S. Kwitniewski*) tak, že ukázal, že plochy, jež lze vyjádřiti rovnicí

$$u + iv = f(x + iy),$$

při čemž f jest analytická funkce, jsou toho typu. Eisenhart později**) ukázal, že takovou rovnicí lze vyjádřiti v eucleidovském prostoru každou plochu C.

Sdělil jsem: 1. Geometrickou konstrukci ploch C v eucleidovském prostoru. Plochy, o něž jde, lze vytvořiti jako průsek dvou kuželů druhého druhu, jejichž osy leží na absolutní kvadrice.

2. Geometrickou konstrukci ploch C v neeucleidovském prostoru. Každou plochu C v neeucleidovském prostoru lze definovati jako místo průsečíků párů oskulačních rovin 2 křivek, ležících na absolutní kvadrice a takových, že všechny tečny těch křivek jsou na téže kvadrice.

3. Průmět plochy Veronesovy z obecného bodu na S_4 lze definovati jako plochu C v neeucleidovském prostoru, zvolí-li se vhodně absolutní kvadrika. Tato plocha metricky je charakterisována tím, že poloměr indicatrix jest pro celou plochu konstantní.

Odvození sdělených výsledků uveřejním v obsáhlejším pojednání.

6. Prof. Dr. B. Bydžovský: **O některých grupách Cremonových transformací v rovině.**

Všechny typy konečných grup Cremonových transformací v rovině byly udány S. Kantorem a Wimanem. S hlediska geometrického je třeba doplniti tento výčet skutečným sestrojením těchto grup a jejich členů a studiem jejich geometrických vlastností. Východiska toho mohou býti rozmanitá, na př.: a) Studium rovinných křivek, jež se reprodukují takovými transformacemi. b) Zobrazení plochy s jednoznačnými korespondencemi do roviny. c) Určení grup, jež obsahují určitou danou Cremonovu transformaci.

Příklady na a), b) jsem uvedl v dřívějších svých pracích. Zajímavý příklad na c) podává bližší studium involuce 5. stupně s 6 hlavními body 2. řádu. Skupina takových 6 bodů nemůže býti obecná, nýbrž musí splňovati jednu z těchto podmínek, jež každá je nutná i dostačující pro existenci takové involuce, a to jediné: 1. dva z těchto bodů jsou dotyčné body kuželoseček svazku určeného zbývajícími 4 body (první vyznačná poloha); 2. tyto body leží po dvou na

*) S. Kwietniewski, Über Flächen vierdimensionalen Raumes, deren sämtliche Tangentialebenen untereinander gleichwincklich sind etc. (Disserstace, Zürich, 1902).

**) Eisenhart. Amer. Journal of Math., 1912.