Eduard Čech
Vyučování aritmetice v primě

Střední škola : časopis pro středoškolskou pedagogiku a didaktiku, roč. 23 (1042/1943), č. 2, 57-61 a č. 4, 187-197

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/500960

Univ. prof. dr. Eduard Čech (Brno):

Vyučování aritmetice v primě.[1]

1. **Obsah a cíl tohoto článku.** Tento článek vznikl v souvislosti s učebnicí aritmetiky pro primu, kterou jsem napsal v roce 1939. Rukopis učebnice četla velká řada odborníků, kteří ústně nebo písemně rozvedli množství myšlenek, k nimž jim četba učebnice dala podnět. Tak se stalo, že jsem se dosti podrobně seznámil s názory mnoha zkušených odborníků o vyučování aritmetice v primě. Tyto názory jsou v mnohém shodné s myšlenkami, které mi tanuly na mysli při spisování učebnice. Ale projevily se také

[1]) Článek byl psán před vydáním nových osnov matematiky.

různosti názorů a vyskytli se také odborníci, kteří hájí stanovisko jiné, podle mého mínění naprosto pochybené.

V tomto článku se dotknu řady konkretních bodů; některé z nich jsou povahy zásadní, jiné se týkají menších detailů. Při tom jsem přihlížel zejména k těm bodům, u nichž můj názor byl z některé strany popírán; ale při tom se vyhýbám polemice s názory, jež nebyly dosud vysloveny veřejně. Uvádím prostě mínění, které jsem si opětovně promyslil a které se mi zdá správné; bez bázně se vystavuji možnosti, že lepší a zkušenější znalci prokáží jejich pochybenost. Jsem přesvědčen, a opírám toto přesvědčení o pětiletou zkušenost, že takový otevřený projev názorů může značně přispěti k tomu, aby profesoři přemýšleli o vyučování ještě více nežli dosud.

Účelu tohoto článku bude v každém bodě dosaženo, budou-li o něm profesoři uvažovati. Zejména bych vítal diskusi o jednotlivých bodech, ať už jejím výsledkem bude souhlas či nesouhlas s mým míněním. Že takových diskusí bylo u nás dosud příliš málo a že by z nich mohlo vzejít mnoho dobrého, o tom lze sotva pochybovat.

2. Mechanické a „rozumové" počítání. Chtěl bych hned z počátku co nejzřetelněji konstatovati, že za nejdůležitější část primánské osnovy aritmetiky považuji soustavnou na celý školní rok rozvrženou péči o to, aby žáci hbitě a spolehlivě prováděli základní početní výkony. Profesor, který tuto část osnovy zanedbává, špatně připraví žáky do vyšších tříd, i kdyby při „vyšších" úkolech vyučovací osnovy měl plný úspěch. Vzhledem k důležitosti tohoto bodu budiž zde výjimečně uvedeno opačné mínění, podle něhož prý „v poslední době se stále víc a více zdůrazňuje počítání rozumové a nikoli mechanické, žák má nejen hbitě a jistě počítati, ale má si býti vědom, proč činí to nebo ono". Trvaje na nepolemickém charakteru tohoto článku, nebudu se pouštěti do věcného rozboru uvedeného výroku; chtěl bych pouze čtenáře méně znalého literatury přesvědčiti, že přeceňování „rozumového" počítání není naprosto žádný produkt „poslední doby", nýbrž že je to tendence velmi stará a podle mého soudu úplně zastaralá. K tomu cíli stůjtež zde dva citáty:

I. Ve spisku „Počty na školách amerických" líčí St. Vrána názory známého E. L. Thorndikea, jak se jeví na př. v jeho Pedagogické psychologii, jejíž prvý svazek vyšel r. 1903 (skoro před 40 lety!). Vrána praví na str. 13: „Starší pedagogika separovala příliš ostře „chápání zásad" uvažováním od „mechanické práce" počítání a pod., jež se konají „pouhým" návykem a pamětí. Souzení nestojí proti zákonům návyku, ale jest jejich nutným výsledkem. Takřka všemu v počtech mělo by se učiti jako návyku..."

II. Ve druhém svazku své Methodik des math. Unterrichts, který vyšel r. 1916 (tedy před 25 lety), píše známý W. Lietzmann na str. 36: „Man hat behauptet, alles Rechnen müsse denkend ausgeführt werden. Meine Meinung ist, dass erst mit einer gewissen Mechanisierung das Ziel erreicht ist... Es bedarf keiner Ausführungen im einzelnen, dass eine vollständige Mechanisierung sich nur auf die immer und immer wiederkehrenden Verfahren zu erstrecken hat, auf die vier Rechenoperationen mit ganzen, gebrochenen und dezimalen Zahlen z. B., aber nicht beispielsweise auf eingekleidete Aufgaben in der Regeldetri."

3. Důležitost mechanického počítání. Někteří profesoři jsou toho mínění, že „pouhý" mechanický početní výcvik s celými čísly „má" býti proveden na obecné škole, aby se střední škola uvolnila pro „vyšší" úkoly. Ale ani vyšším funkcím aritmetiky nemůže žák porozuměti jinak, nežli že sleduje věc na četných numerických příkladech. Počítají-li se ve vyšších třídách mnohé úlohy jen „obecně" a nedopočítávají-li se příklady se značnou škodou pro úspěch vyučování, je „nedostatek času", na který se tu zpravidla naříká, zaviněn především tím, že se v nižších třídách nedbá dosti toho, aby žáci dospěli k trvalé schopnosti počítat numericky bez námahy. Tento výcvik obecná škola dokončit nemůže už proto, že je to povinná škola pro všecky děti, která nesmí přehlížeti potřeby dětí méně nadaných a méně pilných. Dva semestry intensivního početního výcviku na výběrové škole, ve kterém je nutno se vraceti i k nejjednodušším výkonům, jsou podle mého soudu nezbytným minimem, chceme-li, aby si početní obratnost žáci udrželi i do vyšších tříd.

Nesmíme podléhati omylu, že by čas, věnovaný na škole „mechanickému" počítání musil býti časem, ve kterém žáci méně přemýšlejí nežli v čase věnovaném „úsudkovým" příkladům. Vždyť žáci ve skutečnosti vůbec nepočítají „mechanicky", mechanisace je pouhým ideálem, k němuž má vyučování směřovat, a vyučování mechanickému počítání lze zaříditi tak, že je v něm stále něco nového a zajímavého. Naopak právě při úsudkových příkladech, v kterých jsou individuální rozdíly v chápavosti žáků mnohem větší, je větší nebezpečí, že budou probírány buďto tak, že pomaleji chápající nebudou vůbec příkladu rozumět, nebo tak, že rychleji chápající budou příliš málo zaměstnáni, při čemž v obojím případě bude ve třídě třeba polovina žáků, u kterých o myšlenkovém výcviku nebude ani řeči.

4. Vyslovování při mechanickém počítání. Že mnozí žáci počítají i ve vyšších třídách velmi neobratně,

na tom podle mého soudu nese vinu mimo jiné to, že se v nižších třídách dovoluje (nebo dokonce žádá!), aby se při počítání zbytečně mnoho mluvilo. *Slova jsou mnohem pomalejší nežli myšlenky*, a pouze tehdy, když se vyslovování redukuje na minimum, dosáhne se početní hbitosti, dokonce *se zvýšením spolehlivosti*. V primě je po mém soudu nejlepší, zavésti hned na počátku standardní způsob vyslovování při každém písemném početním výkonu a po celý rok *zcela striktně* na něm trvati. Ve své učebnici uvádím pro každý výkon takový standardní způsob, při čemž žádám vyslovovati *méně než je obvyklé*. Proti obavám, že to primáni nesvedou, budiž konstatováno, že jsem ve školním roce 1922/23 vyučoval tímto způsobem ve dvou primách se značným úspěchem. Jen musí profesor: (1) každou odchylku od předepsaného vyslovování považovati bez milosti za chybu, (2) naprosto nesmí *požadovati* hbitost; ta se musí *dostaviti sama*. Dokonce jsem pozoroval, že se tímto způsobem *zvýšil* zájem o vyučování, protože žáci i u pouhého sčítání už dělali něco *nového*, co ještě neuměli z obecné školy. Proti námitce, že při mém způsobu nemůže profesor dobře sledovati *genesi* výpočtu, budiž řečeno, že profesor má v každém momentu věděti, co vlastně chce, a že nemůže chtíti dvě věci *najednou*. Příležitostně se zeptáme ovšem žáků, *proč* vlastně počítáme tak a tak, a tu se bude zajisté více mluvit, nežli když cvičíme „pouhý" početní mechanismus.

Mechanickými početními výkony při tom rozumím každé sčítání, odčítání a násobení; dělení pouze u dělitelů, pro které známe násobilku. Při mechanických výkonech doporučuji *jednotný* způsob psaní; tak jako při sčítání, odčítání a násobení, tak i při mechanickém dělení podtrhnu a píši výsledek na nový řádek, tedy na př.:

$$\frac{36584:7}{5226\ (\text{zb. } 2)}\qquad \text{nikoli } 36584:7 = 5226\ (\text{zb. } 2).$$

Zejména zkouška správnosti, děje-li se, jak je zde účelné, bez psaní, je při druhém způsobu mnohem nepohodlnější a tím i nejistější.

5. *Dělení většími čísly*. Při tomto výkonu se nedá ani za nejpříznivějších podmínek očekávat, že by byl na obecné škole definitivně „probrán", a je třeba jej v primě pilně cvičiti. Potíž je při určování cifer podílu, což nelze tak dokonale mechanisovati jako ostatní elementární početní výkony. Děti matematicky nadané lze ovšem naučit, aby určovaly cifry podílu ekonomicky, využívajíce individualit daných čísel. Ale pro normálního žáka je po mém soudu nejlépe, provádí-li i tento výkon pokud mož-

no mechanicky. Jednu takovou mechanisaci jsem popsal ve své učebnici a jsem zvědav, jak se osvědčí.

6. Počítání zpaměti. Dobrý učitel počtů se snad nejlépe pozná podle toho, jak naučil žáky počítati zpaměti. Neboť při jiné látce může se učitel prostě říditi učebnicí, probíraje stránku za stránkou, odstavec za odstavcem. Ale k počítání zpaměti je nejlépe využíti minut, které by přišly jinak na zmar, a to jsou po každé jiné minuty; mimoto se dá počítání zpaměti cvičit jen v krátkých intervalech a způsob počtu i probíraná látka se musí stále střídat. Proto si rozvrh pro počítání zpaměti musí sestavovati učitel sám, a to pro každý rok znovu.

Počítání zpaměti v primě lze rozděliti na tři části: (1) nejjednodušší věci, kterých je třeba pro hbité počítání písemné, na př. výkony 3.7+4 a pod., (2) poněkud složitější věci, na př. 93—67 nebo 73.8 a pod., (3) drobnosti z další látky.

Pro prvou část užívám v učebnici tabulky s 10.10 ciframi, k níž je v knize řada příkladů; za dokonalé považuji takové provedení, při němž se výsledky (je to vždy skupina čísel) odříkávají rytmicky.

Pro druhou část bych doporučoval, aby se cvičily jen jednoduché věci, ale ty aby se procvičily velmi důkladně. Především sčítání a odčítání dvojciferných čísel a násobení $a . b$, kde $a < 100$, $b < 10$. Zejména doporučuji začíti co nejdříve s výcvikem v násobení, aby v něm měli žáci již dobrou praxi, když se začne s dělením většími čísly (viz odst. 5). Při této části velmi doporučuji, držeti se při každém výkonu aspoň z počátku standardní metody. Doporučoval bych vůbec omezení na jedinou metodu, čemuž však vadí fakt, že osnovy předpisují početní výhody i pro počítání zpaměti. Proto doporučuji tento postup: (1) s počátku se užívá standardní metody, takže na př. při úkolu 28+54 musí žáci vyslovovati postupně 28, 78, 82; (2) když jsou žáci k tomu zralí, vyslovují pouze konečný výsledek; (3) teprve když i to dobře jde, je řeč o početních výhodách; (4) posléze žáci zase vyslovují jen konečné výsledky, při čemž metoda je už věcí každého jednotlivce.

K třetí části bych poznamenal, že každá látka poskytuje vhodný materiál k počítání zpaměti. Zvláště vhodnou partií k vymýšlení rozmanitých lehkých počtů zpaměti je dělitelnost. Při úsudkových příkladech by bylo velmi dobře, před prováděním písemného výpočtu odhadovat výsledek zpaměti. (Pokračování.)

Univ. prof. dr. Eduard Čech (Brno):

Vyučování aritmetice v primě.

(Dokončení.)

7. Násobení jedenácti. Místo obvyklé výhody při násobení jedenácti dávám osobně přednost násobení pomocí „násobilky jedenácti", kterou každý umí bez učení, protože stejnou cestou můžeme také děliti jedenácti.

Ale to je subjektivní a nemám nic proti tomu, aby se učilo násobení jedenácti s obvyklou výhodou. Jenom bych myslil, že když už se tomu žáci mají učit, mají se to naučit dělat spolehlivě. Nemyslím, že by k tomu bylo třeba, aby si žáci obloučky nebo jinak vyznačovali jednotlivá dvojčíslí. Jednoduché pravidlo, na které si žáci snadno navyknou, jest, že se dvojčíslí potřebné k určení cifry součinu skládá z cifry násobitele přímo nad ní a z cifry o jedno místo dál napravo. Příklad (volený, aby nebylo přechodu): Dejme tomu, že násobíme 21423.11 a že už máme napsáno

$$\begin{array}{r} 21423.11 \\ \hline \cdot\ 53 \end{array}$$

Tečkou jsem vyznačil místo, na které přijde další cifra součinu. Nad tečkou je cifra 4, vedle vpravo cifra 2, tedy je třeba sečíst 4+2. Při určení první a poslední cifry součinu je to v podstatě stejné:

$\begin{array}{r} 21423.11 \\ \hline \cdot\ \end{array}$	Nad tečkou je 3, vedle vpravo prázdné místo, tedy prostě tři.
$\begin{array}{r} 21423.11 \\ \cdot\ 35653 \end{array}$	Nad tečkou je prázdné místo, napravo od něho 2, tedy prostě dvě.

Tento postup se snadno pochopí a dobře pamatuje. Žáci budou potom bez námahy počítat pomocí trojčíslí, na př.

$$\begin{array}{r} 78543.111 \\ \hline 8718273 \end{array}$$

a ani

$$\begin{array}{r} 64823.1111 \\ \hline 72018353 \end{array}$$

není pak příliš těžké.

8. Násobení a dělení čísly 25 a 125. Zdá se mi, že je lépe výhody odsunouti na dobu, když se probírají desetinná čísla. Před tím musí žák na př. 347.25 nebo 375:25 prováděti metodou

347.25=(347.100):4; 375:25=(375.4):100 a nesmí užíti metody

347.25=(347:4).100; 375:25=(375:100).4, u které by první krok nemohl provést. Možná, že by bylo vůbec lépe, kdyby se tyto výhody odsunuly až do sekundy, kde žák pozná, že

$$a \cdot \frac{b}{c} = (ab) : c; \; a : \frac{b}{c} = (ac) : b,$$

takže potom i k odůvodnění i k zapamatování postupu stačí vědět, že

$$25 = \frac{100}{4}, \; 125 = \frac{1000}{8}$$

9. Dělení součinem. Početní výhody se mnohdy přeceňují. Po mém soudu zasluhují místa při vyučování pouze takové výhody, kterých se bude užívati trvale a které se procvičí tak, aby poskytovaly skutečné zkrácení bez újmy spolehlivosti. Sčítání, odčítání a násobení jsou výkony tak mechanické, že by vypuštění veškerých výhod nenadělalo valné škody. U dělení, které je značně obtížnější, je spíše na místě hledat ulehčení „výhodou". Z toho důvodu se přimlouvám za to, aby se v primě cvičilo dělení součinem. Uvážíme-li, že se dělitelé více než dvojciferní vyskytují řidčeji a že valná část dvojciferných čísel je součinem dvou jednociferných, stojí tato výhoda za cvičení. Zajisté podstatně rychleji vypočteme

258048:8   32256:9
32256   3584

nežli 258048:72=3584
420
604
288
0

Otázka je pouze, jak zařídit počet v těch případech, kdy vychází zbytek, který nechceme zanedbati. Následující pravidlo se mi zdá velmi pohodlné a snadné k zapamatování. Napíšeme si stranou rozklad dělitele a podtrhneme si v něm jeden faktor. Potom dělíme daného dělence podtrženým faktorem a zapíšeme podíl i zbytek. Získaný podíl dělíme nepodtrženým faktorem, podíl zapíšeme, ale zbytek násobíme zpaměti podtrženým faktorem a k tomu přičteme zbytek už napsaný. Příklad:

456789:28 $\boxed{28=\underline{4}\times 7}$ nebo   456789:28 $\boxed{28=4\times\underline{7}}$
114197 (zb. 1)   65255 (zb. 4)
16313 (zb. 25)   16313 (zb. 25)

Zbytek 25 vyjde při prvém způsobu ve tvaru 6.4+1, při druhém ve tvaru 3.7+4.

10. Zkoušky. Nejdůležitějším požadavkem při numerickém počítání je naprostá spolehlivost výsledku. Protože nikdo si není jist před občasnou chybou, je zkouška správnosti nezbytnou zárukou spolehlivosti. V praxi se také každý výpočet kontroluje a proto věřím, že v primě

je třeba zásadně u každého výpočtu dělati zkoušku.

Důležitá zásada je, že zkouškou kontrolujeme vždy celý početní příklad, vycházejíce od jeho původní formulace. Neboť chyba nemusí býti v jednotlivých početních výkonech, nýbrž v nesprávném přepsání čísla, v provedení jiného výkonu, než který se provésti měl atd.

Při jednotlivých početních výkonech doporučuji konati zkoušku u mechanického výkonu bez psaní, kdežto zkouška při dělení několikaciferným dělitelem se koná zásadně písemně. Tomuto požadavku nevyhovuje zkouška násobení záměnou činitelů, která je také ve mnoha případech (na př. při násobení 34897.27) absurdní, neboť postup při zkoušce nesmí přece býti složitější nežli původní postup! Doporučuji při násobení tuto standardní zkoušku bez psaní: (1) podíváme se, zdali jsme psali správně pod sebe, (2) překontrolujeme dělením jednotlivé částečné součiny, (3) překontrolujeme sčítání. Krok (2) předpokládá dobrý výcvik v dělení jednociferným číslem. Dokud není tento výcvik u konce, doporučuji provisorně písemnou zkoušku násobení pomocí doplňku násobence. Na př. ke kontrole výkonu 34897.27 vypočteme ještě 65103.27 a oba součiny sečteme; musí vyjít 2700000.

Na konání zkoušek se musí trvat po celý rok, tedy také po zavedení desetinných čísel se konají zkoušky dále! Zkoušíme-li na př. násobení dvou desetinných čísel, nesmíme zapomínat na desetinnou čárku! Její umístění kontrolujeme nejlépe pomocí nejvyšších cifer činitelů. Na př. při zkoušce výpočtu 37,2.0,26=9,672 ke kontrole desetinné čárky vypočteme zpaměti součin 30.0,2=6. Podobná násobení zpaměti je nutné pilně cvičit, neboť zkoušky musí žáci umět konat bez námahy; jen tak dosáhneme toho, aby žáci konali zkoušku i později, až je k tomu už nikdo nebude nutit. Vezměme ještě nějaké dělení, na př.

```
0,394 : 0,76
39,4 : 76 = 0,5184
  140
   640
    320
     16
```

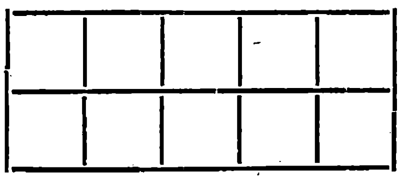
Při zkoušce napřed překontrolujeme desetinnou čárku násobením 0,7.0,5=0,35 [nikoli 70.0,5=35, neboť se kontroluje původní úkol 0,394:0,76, nikoli upravený úkol 39,4:76, neboť také v úpravě mohla býti chyba!]. Potom kontrolujeme písemně bez ohledu na desetinnou čárku:

$$\begin{array}{l} 5184.76+16 \\ 36288. \\ \;\;31104 \\ \;\;\;\;\;\;16 \\ \hline \cdot\ 394000 \end{array}$$

11. Zlomky. Do primy patří pouze úvod do nauky o zlomcích, který má podle osnov obsahovati celé rozšiřování a krácení, ale vůbec žádné početní výkony. Ale myslím, že by se v primě měly přesto některé velmi jednoduché zlomky také už sčítat a odčítat. Doporučuji tento postup. Na diagramu

vyložíme poloviny a čtvrtiny, identitu $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ a výkony $\frac{1}{2} \pm \frac{1}{4}$.

Na diagramu



vyložíme osminy, identity $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ a výkony $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$ atd. Na diagramu kružnice s třemi průměry, svírajícími navzájem úhel 60^0, vyložíme třetiny a šestiny, identity $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ a výkony $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ a pod. Na decimetru rozděleném na centimetry vyložíme pětiny a desetiny, identity $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ a výkony $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ a pod. Na diagramu hodinového ciferníku s ručičkou vyložíme ještě dvanáctiny, identity $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ a pod. a výkony $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ a pod.

12. Dělitelnost. V nauce o dělitelnosti bychom se měli v primě soustředit na malá čísla, jaká se budou skutečně vyskytovat při početních výkonech s obyčejnými zlomky. Je na př. zbytečné, aby primán rozkládal 221 na prvočinitele.

Myslím, že by se nauce o dělitelnosti mělo věnovat v primě časově lepší místo nežli dosud. Ve své učebnici jsem se snažil o takové rozvržení látky, při kterém může dojíti na dělitelnost začátkem druhého pololetí.

Nejdůležitější pro nauku o zlomcích jsou ovšem pojmy největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku. Ale to jsou pojmy dosti složité a po mém soudu je dáti přednost tomu, aby se k těm pojmům došlo pomalou cestou od pojmů jednodušších. Naznačím stručně postup, který považuji za nejlepší a kterým jsem se řídil ve své učebnici.

Nejjednodušší pojem, od kterého je tedy záhodno vyjít, je pojem násobku, neboť soustava všech násobků daného čísla má velmi jednoduchou strukturu. Z několika příkladů dojdeme k pravidlu, že když a, b jsou násobky čísla n, také

$$a+b, \quad a-b, \quad ac$$

jsou násobky n. Tím získáme jednotný podklad pro odvození všech obvyklých pravidel o dělitelnosti. Soudím, že myšlenkový proces při odvozování těchto pravidel je v mezích schopnosti primánů a že tento proces má větší význam nežli pravidla sama.

Dělitelnost jedenácti by se ostatně mohla také odsunouti do tercie jako dobrá aplikace záporných čísel.

Následuje určení všech dělitelů malých čísel, třeba až po dvacet, bez jakékoli „metody". Na toto určení se vhodně naváže pojem prvočísla. Mimochodem řečeno, matematikové už dávno nepočítají jedničku mezi prvočíslo a bylo by na čase, aby se vyučování přizpůsobilo dikci ve vědě obvyklé.

Dále přijde rozklad na prvočinitele jako aplikace pravidel o dělitelnosti a potom určení všech dělitelů daného čísla jako aplikace rozkladu na prvočinitele. S tímto úkolem se vhodně spojí úkol vyjádřiti dané číslo všemi způsoby jako součin dvou menších čísel.

Když žáci dovedou určiti všecky dělitele jednoho čísla, jsou zralí pro určování všech společných dělitelů několika čísel a pojem největšího společného dělitele je dobře připraven. Ani pojem nejmenšího společného násobku nyní už nečiní obtíží.

Určování největšího společného dělitele postupným dělením vynechávám. Rušilo by jednotnou linii této partie a je na ně dosti času až v kvartě.

Při určování nejmenšího společného násobku žádám, aby žáci také po každé stanovili, čím jest daná čísla násobiti, abychom dostali jejich nejmenší společný násobek.

Smíšené příklady, také slovní, končí tuto partii. Doporučuji, aby při probírání další látky pamatoval profesor na občasné docela jednoduché úlohy o dělitelnosti zpaměti.

13. Desítková soustava. Lituji, že „Názvy a značky" předepsaly výraz „vlastní hodnota". Výraz „přirozená

hodnota", který se vyskytuje v Mukových učebnicích, zdá se mi výstižnější. „Místní hodnotou" třeba šestky v čísle 367 rozumím číslo šedesát. Jsou odborníci, v jejichž dikci místní hodnotou šestky v čísle 367 „jsou desítky". Tato dikce se mi zdá velmi nepohodlná a málo účelná.

Při výkladu desítkové soustavy vycházím od pojmu základního místa. Celá teorie desítkové soustavy je vyjádřena třemi jednoduchými pravidly:

a) místní hodnota číslice na základním místě je její hodnota přirozená;

b) místní hodnota číslice se desetkrát zvětší (zmenší), posune-li se číslice o jedno místo nalevo (napravo),

c) číslo je součet místních hodnot svých číslic. Výhoda této formulace je v tom, že pravidla a), b), c) zůstanou doslova v platnosti po zavedení desetinných čísel; pouze je třeba připojit

d) není-li základní místo poslední, vyznačujeme jeho polohu čárkou za tímto místem (desetinnou čárkou).

Za velmi dobré cvičení považuji, píší-li žáci čísla do tabulek, v nichž každý sloupec odpovídá určitému místu. Do úplně podobných tabulek píšeme potom také míry a váhy, což dává velmi dobrou metodu pro rozvody a převody.

V souvislosti s desítkovou soustavou probírám také násobení a dělení mocninami deseti, ve kterém se řídím pravidlem: Číslo a. 10^n (číslo a : 10^n) se dostane, když se každá cifra čísla *a* posune o *n* míst nalevo (napravo). Také toto pravidlo zůstane doslova správné po zavedení desetinných čísel.

14. Pojmenovaná čísla. Považuji za účelné zavésti už v primě zásadu, že mnohojmennými čísly v metrické soustavě nepočítáme, nýbrž před výpočtem se rozhodneme pro určitou jednotku a provádíme výpočet v té jednotce. Jednotku (po případě jednotky) si poznamenáme stranou a počet provádíme zásadně bez pojmenování. Teprve konečný výsledek opatříme jménem jednotky, po případě jej rozvedeme na mnohojmenný tvar. Jedině tímto způsobem se skutečně v praxi počítá, jedině tímto způsobem budou také žáci počítati ve vyšších třídách, proto je úplně zbytečné a škodlivé, dělati to v primě jinak.

V této souvislosti budiž učiněna zmínka o názvech násobenec a násobitel. Při písemném násobení volíme jednoho činitele za násobence. Jinak je však rozlišování mezi násobencem a násobitelem pro střední školu po mém soudu naprosto zbytečné. Primán je už zralý k tomu, aby pochopil, že 12.17 a 17.12 je prostě dvojí způsob psaní téhož početního výkonu. Jelikož při výpočtech nepíšeme vůbec žádná pojmenování, je zbytečná řeč o tom, že násobenec může a násobitel nemůže býti pojmenován, podle kteréžto zásady se dosti těžko počítá na př. obsah obdélníka s rozměry 2 m 3 dm a 1 m 7 dm. Podobné rozlišování mezi „rozdělováním" a „měřením" může míti svůj dobrý účel na obecné škole, ale primánům bychom mohli a měli už mluvit jen o dělení.

15. Míry úhlové a časové. Jelikož hromadné míry nemají dnes takřka vůbec významu, stačí, když se příležitostně v některé úloze vyskytnou slova tucet a kopa. Mnohojmenná čísla mimo metrickou soustavu se potom redukují na míry úhlové a časové. Jsem pro to, aby se nejdříve probraly míry úhlové, u nichž je méně jednotek a jediný měnitel. Při úhlových měrách je daleko nejdůležitější sčítání a odčítání, kdežto násobení a dělení se může dobře omeziti na násobení a dělení jednociferným číslem; o rozvodu a převodu stačí stručná zmínka.

U časových měr vezmeme napřed hodiny, minuty a vteřiny, kde je pouze formální rozdíl proti úhlovým měrám, takže můžeme velmi brzy připojit novou jednotku den s novým měnitelem 24.

U roků a měsíců považuji za nevhodné zaváděti už do primy fikci, podle které má rok 360 dní, rozdělených na 12 stejně dlouhých měsíců; na to je dosti času při úrokovém počtu.

U týdnů se mi zdá vhodné a zábavné, určovati den v týdnu pro určité datum (na př. který byl den v týdnu, když se žák narodil).

16. Definice a vlastnosti početních výkonů. Mám opravdu silné pochybnosti o tom, je-li vůbec účelné o těchto věcech primánům soustavně mluvit. Zdá se však, že osnovy si přejí, aby tomu tak bylo. Je-li tomu tak, tu bych se aspoň přimlouval za to, aby byla o těchto věcech řeč až po procvičení všech základních početních výkonů s celými čísly. Má to dva dobré důvody. Předně u žáků tohoto věku budeme přece raději postupovat od konkretního k abstraktnímu nežli naopak, a za druhé můžeme takto daleko lépe přihlížeti k velmi důležité věci, totiž ke vzájemné souvislosti jednotlivých početních výkonů.

Při definicích, je-li už nutné je probírat, rozlišoval bych ostře mezi sčítáním a ostatními třemi výkony. U sčítání je nejlépe poukázati na několika úsudkových příkladech na to, že se při sčítání shrnuje několik malých hromádek v jednu větší hromadu; formální definice sčítání, které bývají v učebnicích, nemají pražádné logické ceny.

Naproti tomu lze ostatní početní výkony s celými čísly definitoricky převésti na sčítání a je možné (zdali také účelné, to nevím), žádati na primánech, aby žáci dovedli přesně vyjádřit, oč tu běží.

Při pravidlech, mají-li se vůbec probírati, kladl bych váhu na jejich vzájemnou souvislost. Na př. z pravidla pro sčítání: „Oč zvětšíme jednoho sčítance (beze změny druhého), o to se zvětší součet", můžeme pomocí definice odčítání odvoditi pravidlo: „Rozdíl se nemění, zvětšíme-li menšence i menšitele o totéž číslo." Předpokládá-li se, že jsou primáni pro takové úvahy zralí (o čemž mám právě pochybnosti), mají jistě výchovnou cenu.

Také o tom, je-li účelné, aby se primánům odůvodňovala správnost obvyklého postupu při základních početních výkonech, mám pochybnosti. Dá-li se to provésti jen tak, že profesor „vykládá" a žáci pasivně poslouchají, nemá to jistě valné ceny.

17. Usuzování v aritmetice. Na nejelementárnějším stupni se při počtech klade hlavní požadavek u úloh s pouhými čísly na paměť dítěte, u úloh slovních na jeho úsudek. Z toho vznikl obvyklý název „úsudkové" příklady, jímž se zpravidla označují konkretní slovní úlohy. Tento název svádí leckoho k mínění, že také v primě se usuzování pěstuje jen na slovních úlohách, což vede k nedoceňování ostatních částí učiva. Ale ve skutečnosti můžeme také s pouhými čísly prováděti „úsudky" a usuzování s pouhými čísly vyžaduje větší zralosti, protože je abstraktnější nežli usuzování, kterého je třeba při slovních úlohách. V primě a vůbec na nižší (ne-li na celé) střední škole užíváme často slovní formy k tomu, abychom úvahu o pouhých číslech učinili názornější a tím přístupnější žactvu. Chceme-li na př., aby se žáci snadno přesvědčili, že součet dvou násobků devíti je zase násobek devíti, řekneme vhodně, aby si představili hromádku 72 ořechů a hromádku 54 ořechů. Žák pozná podle násobilky, že každou z obou hromádek lze rozděliti spravedlivě mezi 9 dětí a usoudí snadno, že tedy také (72+54) ořechy lze spravedlivě rozdělit mezi 9 dětí, t. j. že číslo 72+54=126 je násobek devíti. Jiný příklad: Považujeme-li za účelné odůvodňovat primánům správnost výpočtu

7448:14=532
 44
  28
   0

(viz konec odst. 16), řekneme, aby si představili, že máme 74 stokoruny, 4 desetikoruny a 8 korun a že chceme tyto peníze spravedlivě rozdělit mezi 14 lidí. Dáme každému

5 stokorun, zbudou 4 stokoruny, které rozměníme na desetikoruny, takže máme 44 desetikoruny. Dáme každému 3 desetikoruny, zbudou 2 desetikoruny, které rozměníme na koruny, takže máme 28 korun a každému dáme 2; nezbude nic. Každý dostal 5 stokorun, 3 desetikoruny a 2 koruny neboli 532 K; tedy výpočet byl správný. V obou příkladech lze zajisté provésti úsudek bez konkretního znázorňování, ale v konkretní formě je úsudek pro primána (a asi také pro kvartána) jistě snazší.

18. Ú s u d k o v é p ř í k l a d y. Z toho, co bylo řečeno v minulém odstavci, je patrné, že úsudkové příklady nejsou v primánské aritmetice nikterak tím dílem učiva, v němž by se lépe a dokonaleji cvičil úsudek nežli v ostatních dílech. Myslím, že na př. partie o dělitelnosti může hráti po této stránce neméně důležitou roli. Ale tím není řečeno, že by úsudkové příklady netvořily velmi důležitou část učiva v primě!

U úsudkových příkladů se často přeceňuje požadavek „životnosti". Je zajisté třeba, aby čísla, vyskytující se v takových příkladech, odpovídala skutečnosti a aby se problémy, které se v nich žákům předkládají, neodchylovaly p ř í l i š m n o h o od problémů, které klade praktický život. To stačí k důležitému cíli, aby si žáci uvědomovali, že aritmetika není pouhá školská hříčka, nýbrž důležitý nástroj k řešení praktických otázek. Ale nesmíme od žáků očekávati o mnoho více než takové všeobecné uvědomění. Aby byly p r o n ě příklady opravdu životné, k tomu mají ještě příliš málo vědomostí a zkušeností. Také věcná poučení, která lze s úsudkovými příklady spojit, nepřeceňujme; žáci je zase snadno zapomenou.

Také požadavek „zajímavosti" úsudkových příkladů se často přeceňuje. Co zajímá jednoho, nezajímá druhého, a proto je těžké tomuto požadavku vyhověti. Není to také příliš důležité; žáci sami dobře vědí, že hlavním účelem úsudkových příkladů je početní výcvik, a nekladou na „zajímavost" příkladů velké požadavky.

Zato bych kladl u úsudkových příkladů velkou váhu na dvě věci. Předně, aby byly voleny tak, aby si žák s n a d n o p ř e d s t a v i l, oč běží; za druhé, aby jejich stylisace byla prostá a jasná; nejsem přítelem podřadných souvětí v úsudkových příkladech pro primu.

Poměrně malý význam mají pro primu slovní příklady, ilustrující jediný početní výkon. Několik takových příkladů ke každému výkonu se probrati m u s í, aby žáci měli dobře na paměti reálný význam výkonu; takové příklady mohou po mém soudu úplně nahraditi definice početních výkonů. Ale hromadění takových příkladů nemá ceny. Je ovšem třeba, aby si žáci uměli r o z v á ž i t, kterého početního výkonu mají v daném případě užít. Přesto, že jiní jsou jiného názoru, pochybuji, že se tomuto cíli lze přiblížit tím, že od žáků vymáháme, aby u takových jednoduchých slovních úloh podrobně odůvodňovali (pravděpodobně s pomocí nadřené definice), proč je třeba právě toho a ne jiného výkonu. Neboť toto odůvodnění vyjádřit slovy je pro primána mnohem těžší nežli zcela správná, ale slovy nevyjádřená představa, takže při takovém vyučování snadno se stane, že jediným výsledkem je dojem žáků, že se profesor snaží lehké věci udělat těžkými. Já myslím, že k výše uvedenému cíli lépe dojdeme na příkladech, ve kterých je třeba n ě k o l i k a početních výkonů. U takových příkladů je takřka n e m o ž n é, aby žák správnou cestu uhodl bez přemýšlení. Při tom bych nekladl příliš velkou váhu na to, dovede-li žák přesně odůvodnit správnost svého postupu, jen když je to opravdu správný postup. A žáka, který volí postup nesprávný nebo který si neví rady, uvedeme na správnou cestu nejlépe tím, že mu poradíme vhodný diagram nebo ho upozorníme na něco obdobného, co už řešil, nebo jinak pomůžeme jeho představě. Vůbec na tomto poli, jako všude jinde v matematice, nejlepší cesta k úspěchu spočívá v tom, že u prvých příkladů profesor sám hodně poradí a postupuje pomalounku a dá počítat mnoho příkladů, nežli začne známkovat.

Místo přesného odůvodňování správnosti početního postupu bych raději kladl důraz na to, aby žáci srozumitelně a přehledně zapisovali početní postup. (Zase v řadě příkladů radit a pomáhat a teprv později známkovat!) Mimoto velmi doporučuji, aby se u úsudkových příkladů ostře oddělovala část úsudková od části ryze početní. Toho se snadno dosáhne, užívá-li se už v primě z á v o r e k. Při tom je nutné zavésti také d v o j i t é z á v o r k y, ale za předčasná považuji pro primu jakákoli pravidla o o d s t r a ň o v á n í závorek.

Při úlohách, které vyžadují pouze sčítání a odčítání, vykoná velmi dobré služby schematický obrazec, ve kterém se jednotlivá čísla znázorňují ú s e č k a m i, při čemž se úsečky postupně umisťují tak, jak to odpovídá počtu, který je třeba provésti. Myslím, že by znázorňování čísel úsečkami mělo přijíti na řadu d ř í v e nežli poněkud obtížnější znázorňování body na ose číselné.

Možná, že se také osvědčí d v o j i c e úloh, jež také mám ve své učebnici; prvá úloha je vždy lehčí než druhá, ale v obou je úplně stejný početní postup.

Úlohy, při nichž je třeba několika operací, jež nejsou všecky prvého stupně, jsou už obtížnější. Složitější úlohy tohoto druhu by po mém soudu byly vhodněji umístěny až po probrání trojčlenky. Dobré pro primu jsou úlohy, ve kterých se vyskytuje rozdělení na nestejné díly; ve své učebnici věnuji takovým úlohám zvláštní odstavec.

Nakonec bych rád ještě zdůraznil, že při probírání úsudkových příkladů je důležité cvičit vyjadřovací schopnosti žáků. Jen bych se přimlouval za to, aby se učitel vyhnul obojímu extrému. Zajisté nesmí trpět nedbalé a jazykově nesprávné vyjadřování. Ale nedojde také úspěchu, bude-li klásti předčasné a přepjaté požadavky na vyjadřovací přesnost.