

# EQUADIFF 5

---

Khoris M. Malikov

Compatibility of systems of linear ordinary differential equations with variable coefficients

In: Michal Greguš (ed.): Equadiff 5, Proceedings of the Fifth Czechoslovak Conference on Differential Equations and Their Applications held in Bratislava, August 24-28, 1981. BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1982. Teubner-Texte zur Mathematik, Bd. 47. pp. 235--236.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/702297>

## Terms of use:

© BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1982

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

СОВМЕСТИМОСТЬ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Хорис М.Маликов  
Душанбе, СССР

Для системы

$$\sum_{j=1}^m p_{ij}(x, D)y_j = f_i(x), \quad i = 1, \dots, n,$$

где  $f_i \in A$ ,  $A$  - кольцо функций, аналитических в точке  $x=0$ ,  $p_{ij} \in A[D]$  выводится необходимое и достаточное условие совместности.

Сформулируем основные результаты.

1.  $\forall \tilde{P} = (p_1, \dots, p_n) \in A^n[D] \quad \exists$  обратная матрица  $Q: M^n[D] \rightarrow A^n[D]$ , такая, что

$$(1) \quad \tilde{P} = Q \tilde{q}$$

где  $M$  - поле отношений кольца  $A$ ,  $\tilde{q} \in M^n[D]$  и последняя компонента  $q_n$  вектора  $\tilde{q}$  будет правым наибольшим общим делителем дифференциальных полиномов  $p_1, \dots, p_n$  т.е.  $\tilde{q} = q^{-1} p_n$ .

2. Любое решение переопределенной системы уравнений

$$(2) \quad \tilde{P} y = f(x) \in A^n$$

относительно одной неизвестной функции  $y$  будет решением переопределенной системы уравнений

$$\tilde{q} y = f^1(x).$$

Верно и обратное утверждение. Здесь  $f^1 = Q^{-1} f$ .

3. Пусть каждое уравнение системы (2) имеет решение, принадлежащее некоторому множеству функций. Для разрешимости переопределенной системы (2) в данном множестве необходимо и достаточно чтобы

$$q_n^{-1} f_n^1(x) = f^1(x),$$

где  $f_n^1$  - последняя компонента вектора  $f^1$ .

4. Пусть  $P$  есть прямоугольная матрица, отображающая  $A^m[D]$  в

$A^n[D]$  и  $z$  есть число ее строк, линейно независимых над  $A[D]$  слева. Матрица  $P$  эквивалентна в смысле [1] (§16.2) матрице

$$q = (q_{ij}) : M^m[D] \rightarrow M^n[D]$$

где

$$q_{ij} = 0, \text{ если } i = 1, \dots, n-z+1 (j > 1) \text{ или}$$

$$i = n-z+2, \dots, n-1 (j > i-n+m).$$

Столбцы матрицы  $q$  связаны с соответствующими столбцами матрицы  $P$  соотношениями типа (1), т.е. существует обратимая матрица

$$P : M^n[D] \rightarrow A^n[D], \text{ такая, что } p = Pq.$$

5. Любое решение  $y = (y_1, \dots, y_m)$  системы уравнений

$$(3) py = f(x) \in A^n$$

будет решением системы уравнений

$$qy = f^1(x) \in M^n$$

Верно и обратное утверждение, где  $f^1 = P^{-1}f$ .

6. Пусть  $\text{rang } P(0, D) = z$ . Для совместности системы (3) в  $A^m$  необходимо и достаточно, чтобы

$$q_i^1 f_{n-z+1}^1(x) = f_i^1(x),$$

где  $f_i^1$  есть  $i$ -я компонента вектора  $f^1$ , а  $q_i^1$  определяется из тождества

$$q_i^1 q_{n-z+1,1} = q_{i,1}$$

Если  $m < n$  и  $z = m$ , то система (3) будет переопределенной и для нее можно сформулировать необходимое и достаточное условие разрешимости задачи Коши.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Вазов. Асимптотические разложения решений обнкл. дифф. уравнений. Москва, "Мир", 1968.
2. Х. М. Маликов. Доклады АН Тадж. ССР, 1976, Т. 19, № 6, с. 3-6.